

筑波大学大学院博士課程

システム情報工学研究科修士論文

折りたたみ可能な切開辺を含む立体形状の設計

加瀬 悠人

修士（工学）

（コンピュータサイエンス専攻）

指導教員 三谷 純，金森 由博

2016年3月

概要

立体的な構造物を平坦な状態に折りたたむことは、使用しない時の収納スペースを小さくし、保管や搬送のコストを抑える上で有効な手段である。例えば、段ボール箱やギフトボックスなどのパッケージ用資材では、平坦に折りたたむことと、立体的に組み上げる操作が簡単に実現できる工夫がなされている。しかしながら、任意の形状に対してこのような折りたたみと立体化が可能なわけではなく、実際には直方体や、対称性を持つような単純な形状であることが多い。

そこで本研究では、上下に押しつぶすような操作で簡単に折りたたむことができ、また最上部の面を引き上げることで立体化できるような形状を、対話的な操作で容易に設計できるようなシステムの開発を行った。対象となる形状は、上下に水平な面を持つ多面体であり、水平な折り線部を持つ。また、折りたたみ時には立体を構成する辺が分離することを許容するものとした。このような条件のもと、折りたたみと立体化が容易な形状を構築するための手法を考案し、システムに実装した。さらに、複数の立体を組み合わせるための拡張を行い、複雑な凹凸を持つ形状も扱えるようになった。提案システムを用いることで、これまでは実現が困難であった、折りたたみ可能な複雑な立体形状を様々な設計できるようになった。

目次

第1章 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 研究の目的	1
1.3 本論文の構成	2
第2章 関連研究	5
2.1 剛体折り可能な形状の設計手法	5
2.2 折り紙の設計手法	6
2.3 ポップアップカードの設計手法	6
第3章 提案手法	11
3.1 入力方法	13
3.1.1 天頂面の入力	13
3.1.2 断面線の入力	14
3.2 折りたたみ可能な断面線の条件	15
3.3 評価値の導入	18
3.3.1 折りたたみ前後での各辺の向きの変化	18
3.3.2 折りたたみ前後での折れの向き（山・谷）の変化	19
3.3.3 端点の位置の誤差	20
3.4 断面線の修正	21
3.4.1 最急降下法による修正	21
3.4.2 手動による修正	22
3.5 複数のパーツを組み合わせたモデルの生成	24
3.5.1 パーツの接続方法	24
3.5.2 隣接するパーツが干渉しないための条件	25
3.6 折りたたみアニメーション	27
3.6.1 断面線の折りたたみ	27
3.6.2 1つのパーツにおける折りたたみ	28
3.6.3 複数のパーツにおける折りたたみ	29
3.7 厚みの考慮	31
3.7.1 厚みの加え方	31
3.7.2 1つの回転軸によるヒンジ	31

3.7.3	2つの回転軸によるヒンジ	34
3.7.4	干渉する部分のトリミング	37
3.8	切開辺の固定	38
3.8.1	はねの重なりによる固定	38
3.8.2	ヒダの折り込みによる固定	39
3.9	出力方法	41
3.9.1	折りたたみ可能な3Dモデルデータ	41
3.9.2	折り曲げ方向に関する情報	41
3.9.3	入力線情報	42
第4章	結果	43
4.1	入力した断面線の修正	43
4.2	厚みのない多面体モデル	44
4.2.1	1つのパーツによるモデル	44
4.2.2	複数のパーツを組み合わせたモデル	46
4.3	厚みのある多面体モデル	48
4.3.1	1つの回転軸のヒンジ	48
4.3.2	2つの回転軸のヒンジ	49
4.4	切開辺の固定	50
4.4.1	はねの重なりによる固定	50
4.4.2	ヒダの折り込みによる固定	51
第5章	結論	52
5.1	まとめ	52
5.2	今後の課題	52
	謝辞	54
	参考文献	55
	付録	57

目 次

1.1	多面体を平坦に折りたたんだ際に両端に糊付けが可能な例	3
1.2	本研究で対象とする立体の形状の例	3
1.3	本手法で生成される立体モデルの例	4
2.1	館の手法 [5] によって生成される剛体折り可能な形状 (引用: 参考文献 [5])	7
2.2	Li らの手法 [7] によって生成される折りたたみ可能な椅子 (引用: 参考文献 [7])	8
2.3	Shao らの手法 [8] によって生成されるアニメーション (引用: 参考文献 [8])	8
2.4	Koo らの手法 [9] によって生成される折りたたみ・収納可能な立体形状 (引用: 参考文献 [9])	8
2.5	Mitani らの手法 [15] で生成されたアニメーション (引用: 参考文献 [15])	9
2.6	Okamura らの手法 [16] で提案するインターフェース (引用: 参考文献 [16])	9
2.7	Iizuka らの手法 [17] で生成される開閉シミュレーション (引用: 参考文献 [17])	9
2.8	Ruiz らの手法 [18] によって生成されるポップアップカード (引用: 参考文献 [18])	10
3.1	本手法により生成される多面体パーツ	11
3.2	提案手法の流れ図	12
3.3	入力した凸多角形の天頂面	13
3.4	側面を構成する断面線	14
3.5	天頂面と断面線から生成される多面体モデル	14
3.6	対象とする断面線の例	16
3.7	5つの頂点を入力した断面線の折りたたみ方の例	16
3.8	折りたたまれる際の干渉の例	17
3.9	折りたたみ前後の始点の位置の <i>gap</i> の例	17
3.10	折りたたみ前後での各辺の向きの変化の例	18
3.11	折りたたみ前後での折れの向き (山・谷) の変化の例	19
3.12	折りたたみ可能となるように修正される断面線	21
3.13	手動により微修正される断面線	22
3.14	Cyclic-Coordinate-Descent 法による頂点位置の微調整	23
3.15	複数のパーツを組み合わせて生成されたスタンフォード・バニーの例	24
3.16	パーツ間の接続方法	25

3.17	隣接するパーツが干渉しないための条件の例	26
3.18	天頂面または底面と同一レイヤー上にある面の例	26
3.19	1つの断面線の折りたたみアニメーションの生成手法	28
3.20	複数の断面線の高さを揃える方法	28
3.21	補間した3つ断面線とその断面線により生成されたパーツのアニメーション	29
3.22	折りたたみ過程で大域的な干渉が発生する例	30
3.23	厚みの加え方の例	31
3.24	1つの回転軸によるヒンジを用いて厚みを加えた例	32
3.25	表 3.1 に対応するヒンジ部分の折りたたみ前・後の形状	33
3.26	1つの回転軸によるヒンジを用いた折りたたみモデル	34
3.27	ダブルヒンジの厚みの加え方	35
3.28	ダブルヒンジの組み立て方法	35
3.29	ダブルヒンジを用いた折りたたみモデル	36
3.30	厚みを加えた際に干渉が発生する部分のトリミング方法	37
3.31	中山らの手法 [21] による切開辺の固定方法 (引用: 参考文献 [21])	38
3.32	はねの形状の生成方法	39
3.33	野島の手法 [22] による切開辺の固定方法	40
3.34	ヒダの大きさの決まり方	40
3.35	生成した立体形状を基に出力された 3D モデルデータ	41
4.1	入力線と修正後の断面線の誤差	43
4.2	図 3.1 の多面体モデルの展開図	44
4.3	紙により試作したスフィックスの試作例	45
4.4	紙により試作した複数のパーツを組み合わせた Y 字の試作例	46
4.5	紙により試作した複数のパーツを組み合わせたスタンフォード・バニーとユタ・ ティーポットの試作例	47
4.6	1つの回転軸のヒンジを用いた試作例	48
4.7	2つの回転軸のヒンジを用いた試作例	49
4.8	はねやヒダの付与が可能な切開辺の例	50
4.9	はねの重なりによる固定の試作例	51
4.10	ヒダの折り込みによる固定の試作例	51
5.1	東京タワーの折りたたみアニメーション	57
5.2	タージマハルの折りたたみアニメーション	57
5.3	ユタ・ティーポットの折りたたみアニメーション	58
5.4	ティラノサウルスの折りたたみアニメーション	58
5.5	グラスに厚みを加えるアニメーション	58
5.6	厚みのあるグラスの折りたたみアニメーション	59
5.7	厚みのあるリンゴの折りたたみアニメーション	59

5.8 厚みのある木の折りたたみアニメーション	59
-----------------------------------	----

表 目 次

3.1	ヒンジ構造の角度 ϕ_i と回転軸の位置の対応表	33
-----	---	----

第1章 序論

本章では、まず研究の背景と目的を述べ、次に本論文の構成を述べる。

1.1 研究の背景

近年、人や物の移動が活発になり、ますます持ち運びがしやすい物が求められるようになってきている。持ち運びには小さく折りたたみが可能であることや平坦に折りたたみが可能であること、軽量であること、手や背中に掛けることができること等が必要な要素として挙げられる。

特に一度に大量の物を運ぶ場合は、平坦に折りたたみ、重ねることができる形状であることが求められる。またこの形状は平坦に折りたたまれた際に、展開図のように一から組み立てるのではなく、面の両端が糊付けされ筒状になっていることがほとんどである。これは筒を展開することにより少ない操作で元の状態に戻すことができるためである。このような形状の物は、梱包用の段ボールやギフトボックスなどのパッケージ用資材に用いられるが、ほとんどが直方体や正多角形のような単純な多面体である。この形状に限定される理由は、図 1.1 に示すように、ある多面体の展開図を 1 つの辺で半分に折りたたみ、折られた面の集合ともう一方の面の集合のそれぞれ 1 つの辺が同じ位置に来なければ、平坦に折りたたみ糊付けした筒を作成することができないためである。この制約は面対称または鏡映対称な多面体の場合は満たされる。しかし対称性がない多面体については制約を満たすように面の辺の位置を移動させる必要があり、移動した辺に隣接する面の変形も必要である。このため試行錯誤で折りたたみ・展開が可能な多面体を意図した形状に作成することは難しく、形状設計の簡易化が求められる。

1.2 研究の目的

本研究の目的は、平坦に折りたたみと展開が可能な立体形状の設計を簡易的に行うことができるような手法を提案することである。

対象とする立体の形状は、平坦に押しつぶされる際に手で触れる最上部の面を天頂面、床に接する最下部の面を底面、天頂面と底面の周りを構成する平面の集まりを側面と呼び、これらの要素から多面体が構成されている。天頂面と底面は平行であり、各辺同士も平行である。側面の各面は天頂面の辺と平行な辺で天頂面から底面までつながっている。多面体は天頂面を上から下の底面に向かって押しつぶすことで折りたたまれ、下から上に天頂面を引っ

張ることにより元の形状に展開される．図 1.2 に示すように，折りたたまれる過程で，天頂面と底面は常に平行であり，側面の各面について天頂面と平行な辺はヒンジのように角度が変更され，平行ではない辺は切り離される（切開辺と呼ぶ）．側面は天頂面の辺の数だけひと続きの面の集合ごとに平坦に折りたたまれ，このひと続きの面の集合の断面上に描かれる折れ線を断面線と呼ぶ．つまり側面は各断面線を各天頂面の辺方向にスワイプし交差部分をトリムすることにより生成され，底面の形状も一意に定まる．

このため本研究で対象とする多面体は天頂面の形状と天頂面の辺の数だけの断面線により生成することができる．一方でこれらの要素のみで生成される 1 つの多面体では生成可能な形状の自由度が小さい．そこで，図 1.3 に示すように，複数の折りたたみ可能な多面体を組み合わせることにより生成可能な立体形状の自由度を高めることを目指す．ここで立体形状を構成する多面体を多面体パーツと呼び，多面体パーツ一つひとつを平坦に折りたたむことにより，全体も平坦に折りたたむことが可能となる．

本提案手法は，まず各多面体パーツの天頂面と側面を構成する断面線の形状を入力するためにスクリーン上をクリックする折れ線により描く．次に自動により，入力した各断面線から上から下に自然に折りたたまれる方法を選択し，折りたたみ可能となるように断面線の辺を長さを修正がされる．最後に多面体パーツ同士を接続する面を指定し，折りたたみアニメーションで面同士の干渉が発生していない確認かし，折りたたみ可能な立体形状が生成される．本手法により，折りたたみ技術を有していない人や 3D モデリングに不慣れな人でも簡易的に折りたたみモデルの設計をすることが可能となる．

試作する際は，厚みの加え方やヒンジの形状を考慮することにより厚みのある素材での折りたたみや，切開辺の固定方法を考慮することにより紙のような表面が薄く変形しやすい素材でも折りたたみ前の形状に展開しても固定ができるようになることを目指す．

1.3 本論文の構成

第 1 章では本研究の背景と目的を述べた．第 2 章では関連研究，第 3 章では本研究の提案手法，第 4 章では結果，第 5 章では結論を述べる．

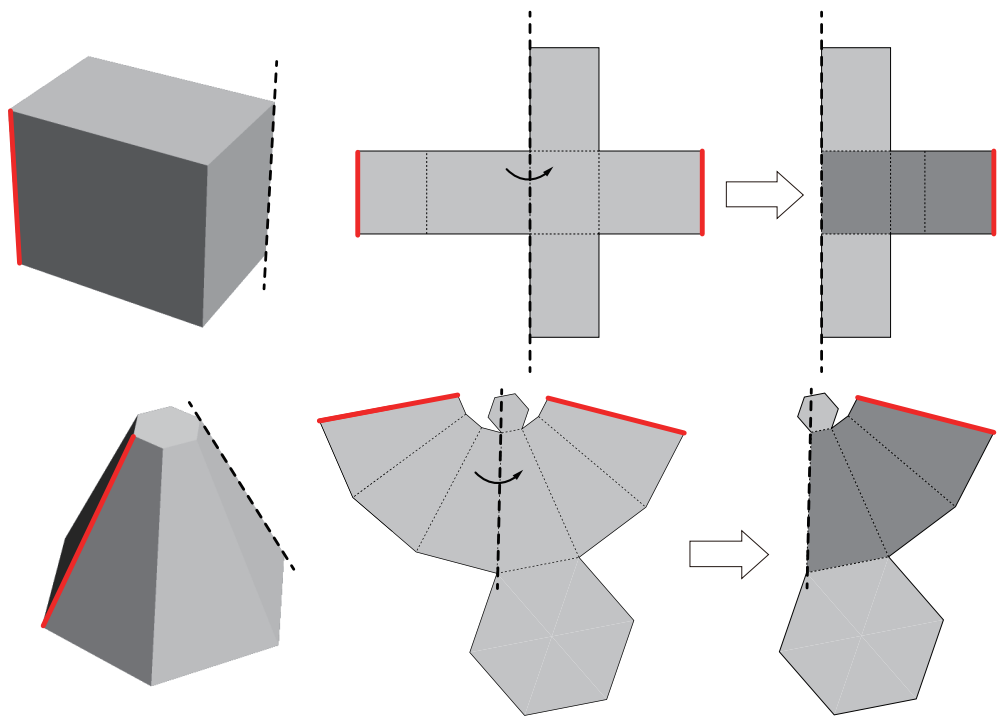


図 1.1: 多面体を平坦に折りたたんだ際に両端に糊付けが可能な例
 (上図は直方体であり, 下図は六角錐台である. 左は立体形状, 中央は展開図, 右は展開図を1辺(破線)を軸に反転させた際にある辺(赤色の線)の位置が一致する例である.)

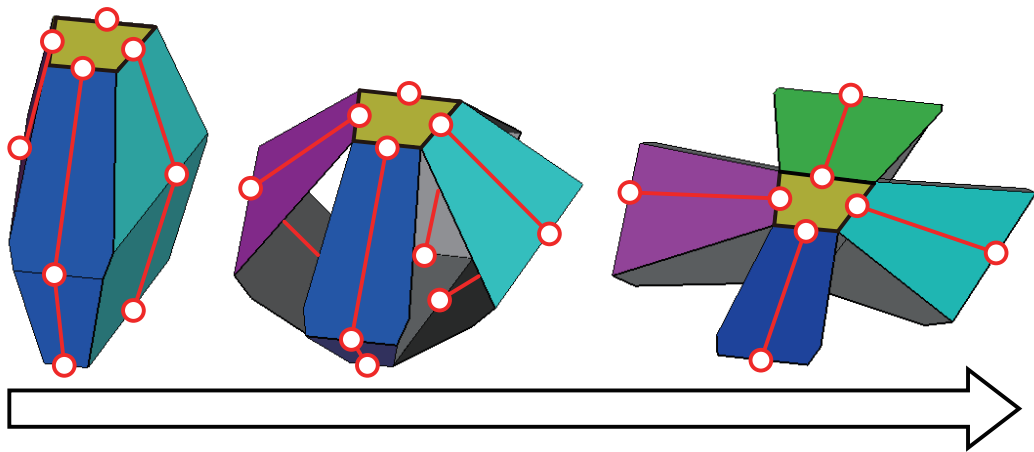


図 1.2: 本研究で対象とする立体の形状の例
 (左から右のように折りたたまれる際に辺が切開される. 黄色の四角形が天頂面, 赤色の折れ線がそれぞれひと続きの面の集合の断面線である.)

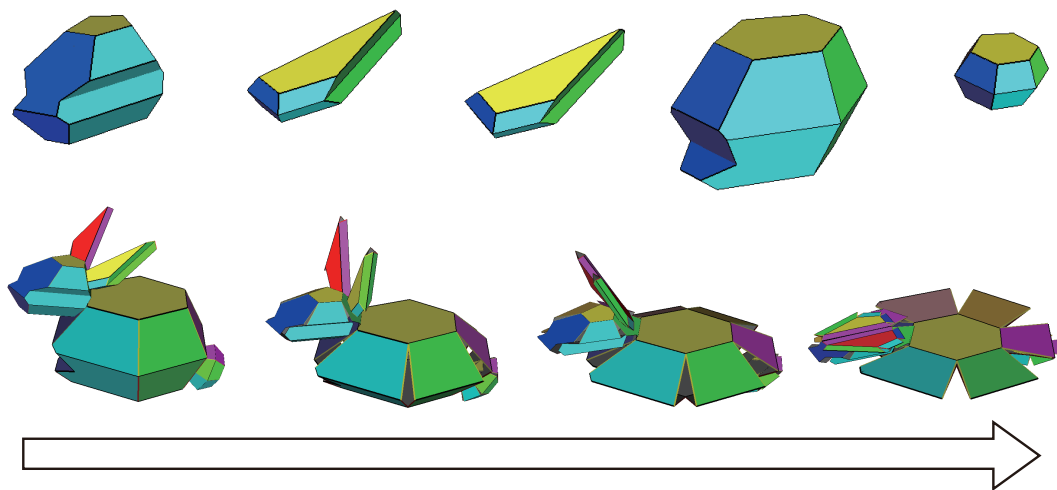


図 1.3: 本手法で生成される立体モデルの例

(上図はスタンフォード・バニーを構成する 5 つの多面体パーツである．下図は左から右のよう折りたたまれ，各パーツの黄色の面が天頂面であり，赤色の面が底面である．)

第2章 関連研究

ものを折りたたむということは、折紙工学の分野で広く研究がされてきた。例えば、車のエアバッグ [1] や人工衛星の太陽電池パネル [20] は通常時にはコンパクトに折りたたまれ、必要な場合には瞬時に大きく展開する製品が求められる。このような製品に対して折紙工学を応用されることにより、収納性や可搬性の向上に寄与してきた。本節では本研究に、より関連する研究について説明する。

2.1 剛体折り可能な形状の設計手法

剛体折りと呼ばれる構造は、折りたたみ可能な構造が求められる分野で広く議論されてきた [2][3][4]。この構造は、剛体パネルをヒンジにより連結した構造で全体の形状を表現し、厚みのあるパネルが変形することなく折り操作を行うことができる。

設計手法は Tachi[5] により提案され、図 2.1 に示すような平坦に剛体折り可能な形状を生成することができる。しかしこの手法は既存の折りたたみ可能なパターンの繰り返しを基に形状が生成されるため、意図した形状を生成することは難しい。また、この手法は閉じた多面体を折りたたむことを想定していない。なぜなら閉じた多面体に空洞を開けることなしに、平坦に折りたたむことはできないことが Cauchy[6] により証明されているためである。

そこで本手法では、閉じた多面体について折りたたまれる過程で側面の辺を切開することで平坦に折りたたみが可能とすることを目指す。

また簡易的に折りたたみ可能な厚みのある立体形状を設計することを目的とした下記のような手法 [7][8][9] が提案されている。

- Li らの手法 [7] は、3D モデルデータと平坦に折りたたむ方向を入力し、モデルを折りたたみユニットに分解する。ユニットごとにグラフ構造を生成し、衝突が発生しないような折りたたみ方を選択する。さらにユニットごとの折りたたむ順番を計算し全体として干渉が発生しないように折りたたむことができる。折りたたみ方は、ヒンジがくの字に折り曲がる方法やパネルの一边が切開され傾斜する方法がある。生成される形状は、図 2.2 で示すように、折りたたむ際の干渉部分を取り除くことや面を分割してその部分をヒンジとすることにより折りたたみを可能としている。
- Shao らの手法 [8] は、折りたたみ前・後のスケッチを基に、二つの状態のモデルを直方体の集合で作成する。そして、図 2.3 で示すように、直方体間の関係グラフを基に折り

たたみ前・後の2つの状態を補間するアニメーションが自動生成される。この際に、ヒンジと内側に差し込むことの2つの折りたたみ・収納する方法が用いられる。

- Koo らの手法 [9] は、図 2.4 で示すように、求める形状を直方体の集合で描き、直方体間の接続方法を指定することにより折りたたみや収納ができる立体形状が生成される。接続は折りたたむ、内側に差し込む、支える、同一平面上に乗るようにする方法が指定でき、これらはヒンジやスライド、スライドするヒンジ、2つ軸を持つヒンジを用いることによって実現される。生成される形状は直方体の形状の集合に限定されるため、形状の自由度が小さいことが挙げられる。

本手法では、入力を押つぶされる天頂面と側面を構成する断面線をスクリーン上をクリックすることのみとし、そして入力形状を自動で折りたたみ可能な形状に修正することによって、設計の簡易化を目指す。

2.2 折り紙の設計手法

折り紙の形状を設計可能なソフトウェア [10][11][12] があるが、多くのソフトウェアは素材の厚みをゼロと想定している。なぜならば、1つの頂点に3つ以上のパネルがヒンジで接続されたような場合に厚みを加えることは、干渉が発生してしまうため難しい問題 [13][14] となるからである。

そこで本手法では、厚みを加えた際に、接続されるパネル間の折りたたまれる方向により、ヒンジ部分の形状を変えることにより干渉を防ぐこととする。

2.3 ポップアップカードの設計手法

立体形状を瞬時に展開・折りたたみができるような製品にポップアップカードがあるが、これを設計することは折りたたみと立ち上がりの仕組みを直感的に理解しにくい上、それぞれの部品同士が衝突しないような配置を考える必要があるため、経験の無い人が手作業でオリジナルのカードを作ることは難しい。そこで台紙を半分に折りたたみ、立体形状が立ち上がるポップアップカードを簡易的に設計することを目的とした下記のような手法 [15][16][17][18] が提案されている。

- Mitani らの手法 [15] は、90度開いて立体形状が立ち上がるポップアップカードを対象としていて一枚のシートで作成することが可能である。入力方法は、90度を開いた2つの床に接地する面と壁となる面を用意し、立ち上がる位置まで壁の面と平行なグリッド面を移動させる。そしてグリッド面に外形を描くことにより、図 2.5 で示すような立ち上がる面が自動で生成される。
- Okamura らの手法 [16] は、180度開いて立体形状が立ち上がるポップアップカードを対象としていて、用意された5種類のプリミティブをインタラクティブに複数配置するこ

とにより立体形状が生成される．そして開閉シミュレーション時の部品の挙動は解析的に求めている．また図 2.6 に示すような設計を支援するインタフェースは，ユーザテストによりその有効性を示している．

- Iizuka らの手法 [17] は，Okamura らの手法 [16] と同様に，180 度開いて立体形状が立ち上がるポップアップカードを対象としていて，用意されたプリミティブをインタラクティブに複数配置することにより立体形状が生成される．しかし用意されたプリミティブが 14 種類と多いことや，図 2.7 で示すような開閉シミュレーションにバネマスモデルを用いているため，多角錐や円柱のように面の数が多く，ときには紙の弾性を活かした部品の頂点位置も容易に計算できることが違いとして挙げられる．
- Ruiz らの手法 [18] は，3D モデルデータを入力とし，入力形状に用意された 4 つのプリミティブをフィッティングすることにより，図 2.8 で示すような 180 度開いて立体形状が立ち上がるポップアップカードが自動生成される．

これらの手法で対象としているモデルは 90 度または 180 度開いて立体形状が立ち上がるが，一方で本研究で対象としているモデルは下から上に一方向に引っ張ることにより立体形状が立ち上がる点が違いとして挙げられる．

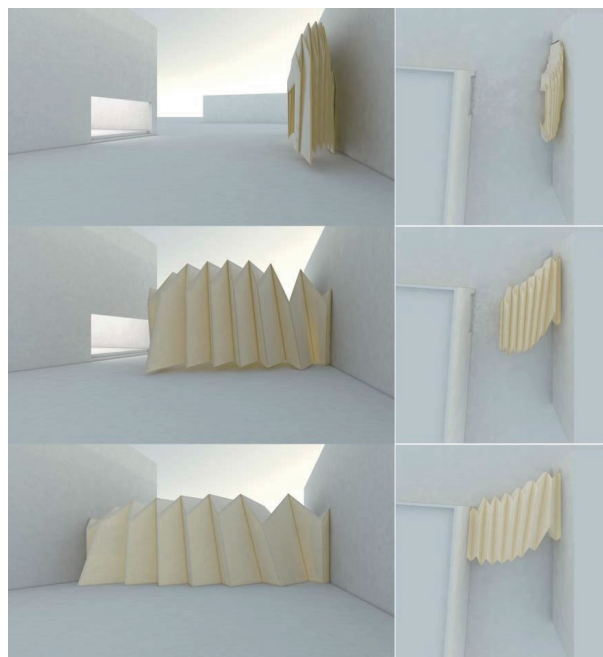


図 2.1: 箱の手法 [5] によって生成される剛体折り可能な形状 （引用：参考文献 [5]）
（既存の建築物の間を結ぶ折りたたみ可能な仮設空間をつくることを想定し，上から下のよう展開される．左側は正面から見た図であり，右側は上から見た図である．）



図 2.2: Li らの手法 [7] によって生成される折りたたみ可能な椅子 (引用: 参考文献 [7])
(左図は入力したモデルであり, 右図は自動生成されたそれぞれ折りたたまれる方向が違うモデルである.)

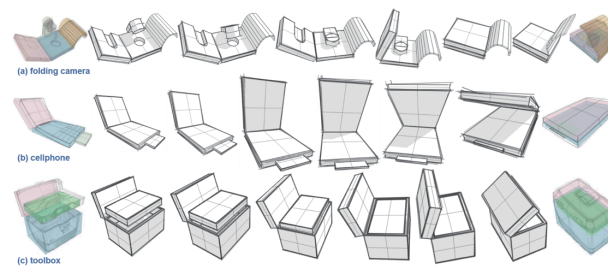


図 2.3: Shao らの手法 [8] によって生成されるアニメーション (引用: 参考文献 [8])
(左端は元の形状のスケッチであり, 右端は折りたたみ・収納した形状のスケッチである.
間の図はスケッチを基に補間されたアニメーションである.)

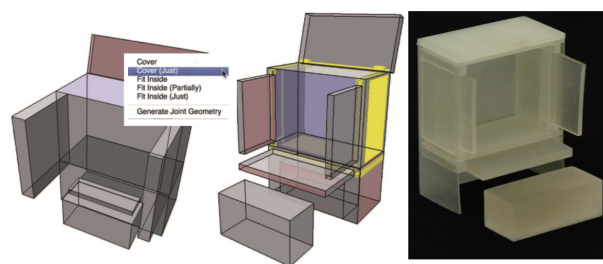


図 2.4: Koo らの手法 [9] によって生成される折りたたみ・収納可能な立体形状 (引用: 参考文献 [9])

(左図は入力形状であり, 接続方法を指定する. 中央図は折りたたみ・収納が可能となるよう最適化された形状である. 右図は 3D プリンタで試作をした例である.)

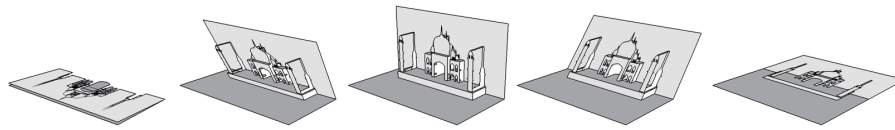


図 2.5: Mitani らの手法 [15] で生成されたアニメーション (引用：参考文献 [15])

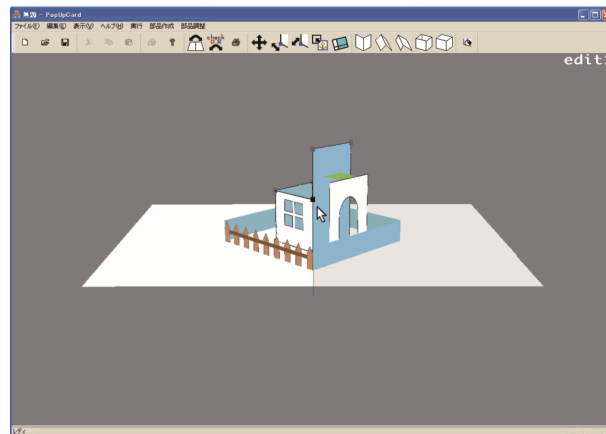


図 2.6: Okamura らの手法 [16] で提案するインターフェース (引用：参考文献 [16])

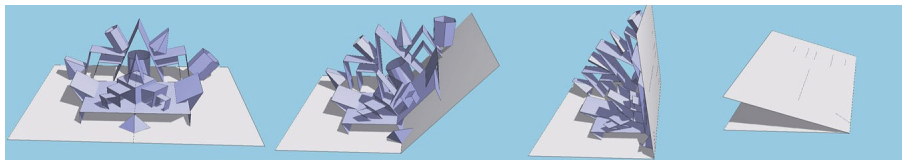


図 2.7: Iizuka らの手法 [17] で生成される開閉シミュレーション (引用：参考文献 [17])

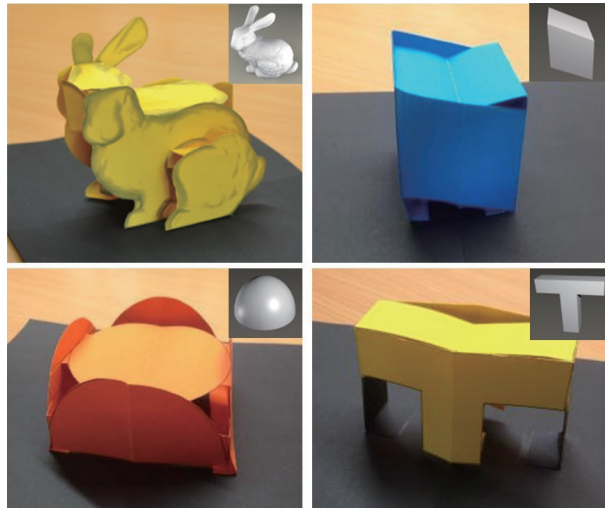


図 2.8: Ruiz らの手法 [18] によって生成されるポップアップカード （引用：参考文献 [18]）
 （左上がスタンフォード・バニー，右上が歪んだ立方体，左下が半球，右下が T の字である.）

第3章 提案手法

本章では、まず図 3.1 で示すような折りたたみ可能な多面体パーツの生成に必要な入力線の情報について 3.1 節で述べる。次に折りたたみ可能となるように入力線の修正する手法について 3.2, 3.3, 3.4 節で述べる。そして生成された複数の折りたたみパーツを組み合わせ、それらの折りたたまれる過程のアニメーションを生成する手法を 3.5, 3.6 節で述べる。最後に生成したモデルの出力方法や試作の際に必要なパネルの厚みの加え方や切り離された辺の固定方法について 3.7, 3.8, 3.9 節で述べる。

本手法の主な流れは図 3.2 で示すようになり、詳細については次節から述べる。

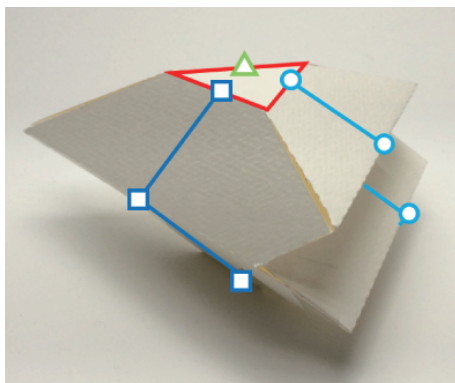


図 3.1: 本手法により生成される多面体パーツ

(本手法では、天頂面の形状（赤色の枠）と折れ線の側面を構成する断面線の形状（青，水，緑色の折れ線）を入力することにより多面体が生成される.)

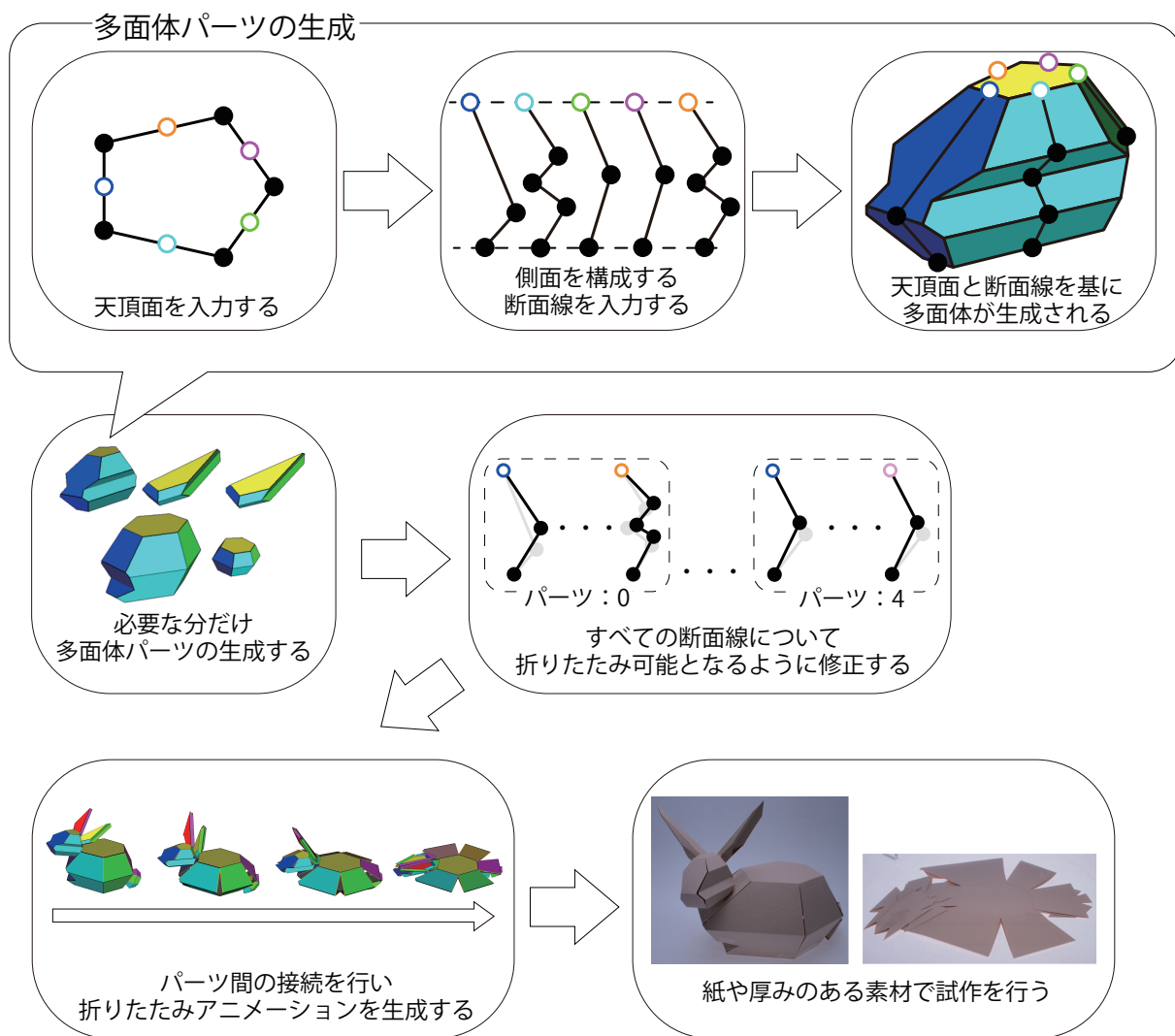


図 3.2: 提案手法の流れ図

3.1 入力方法

ユーザはまず最初に天頂面を入力し、次に側面を構成する断面線を入力する。

3.1.1 天頂面の入力

天頂面の形状は、図 3.3 で示すように、ユーザが $z = height$ の x, y 平面上に多角形を作図することで入力する。ここで、 $height$ は底面から天頂面までの高さであり、天頂面の頂点数を N 、各頂点を t_i ($i = 0, \dots, N - 1$)、頂点 t_i と t_{i+1} で結ばれる辺を e_i で表すものとする。また、3.2 節で示す折りたたみ可能な条件によって、折りたたみ時には側面が外側に広がるため、側面同士の干渉を防ぐために天頂面は凸形状であるものとする。

本研究のシステムでは、ユーザがスクリーン上をクリックすることより反時計回りに描かれる折れ線によって、多角形の天頂面が入力される。

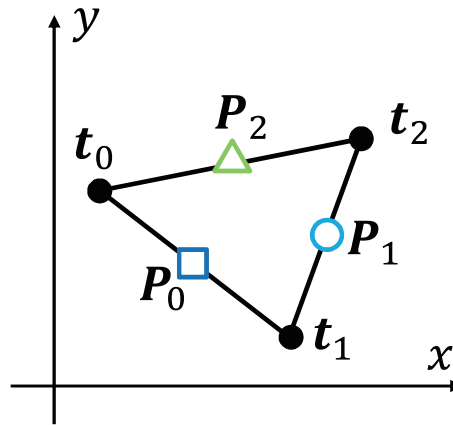


図 3.3: 入力した凸多角形の天頂面
(各辺の中点 P_i は各側面を構成する折れ線の始点となる.)

3.1.2 断面線の入力

側面を構成する断面線は，天頂面を構成する辺の数だけ定義される．それぞれの断面線は，図 3.4 で示すように，天頂面の各辺 e_i に垂直な u, v 平面上の折れ線としてユーザが指定する．また折れ線を構成する線分数は任意である．ただし，天頂面と底面を水平にするために，各パーツのすべての断面線の始点は $v = height$ に，終点は $u = 0$ に固定されているものとし，それぞれの始点が v 軸上にくるものとする．側面は，図 3.5 で示すように，この断面線 (u, v 平面) を辺 e_i に平行な方向に掃引することで生成される．平行な方向への掃引であるため，この側面 (3 次元空間に存在する平面多角形) の折りたたみに関する問題は，断面線 (2 次元空間に存在する 1 次元の折れ線) の折りたたみ問題に帰着することができる．掃引処理は無限遠方まで行い，後から交差する位置でのトリム処理を行うことで閉じた立体を構築する．この過程で底面は一意に定まる．

本研究のシステムでは，ユーザがまず 1 つ目の側面を構成する断面線を折れ線により入力し，その始点と終点の v 座標の差が $height$ となる．次に残りの断面線について高さ $height$ の天頂面と底面の間の側面の形状を折れ線で入力する．

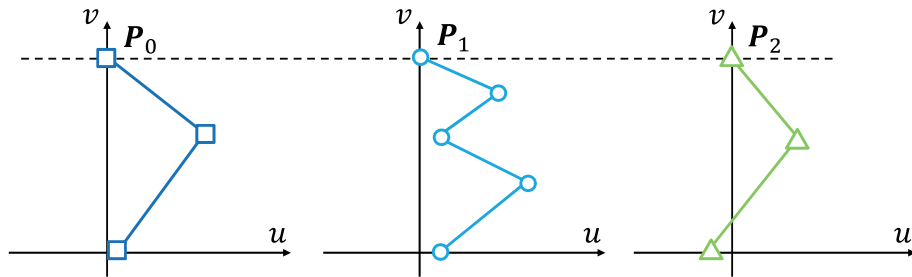


図 3.4: 側面を構成する断面線

(すべての断面線の始点 (天頂面上の点) の u, v 座標は $(0, height)$ となる.)

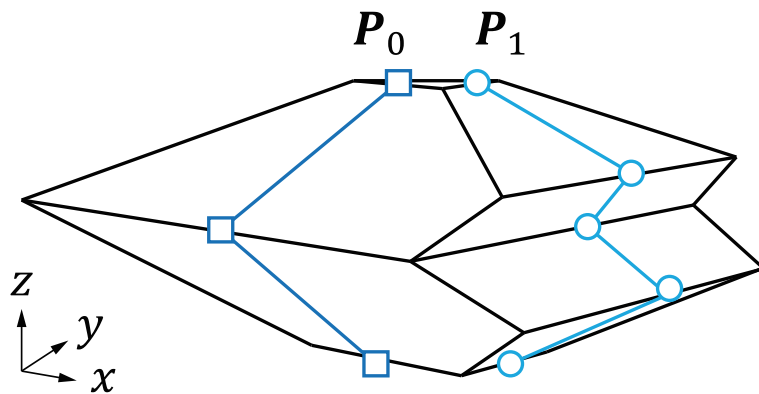


図 3.5: 天頂面と断面線から生成される多面体モデル

3.2 折りたたみ可能な断面線の条件

入力として与えられた断面線は天頂面の辺の数だけ存在するが、各断面線を折りたたみ可能なように修正する処理は、個々の断面線に対して独立して行う。図 3.6 に示すように、対象とする断面線は u, v 平面上において構成する頂点数を M とし、天頂面の辺上にある断面線の始点を Q_0 、底面の辺上にある終点を Q_{M-1} とする。また、各断面線の Q_i と Q_{i+1} を結んだ辺 E_i の長さを $l_i (i = 0, \dots, M-2)$ と表す。断面線の折りたたみは、すべての辺を、隣接する辺との連続性を保ちながら水平に配置することで達成される。折りたたみの際、図 3.7 で示すように、各頂点位置での折れ角は 0 度または 180 度のどちらかを取るため、折りたたみ後の側面の干渉を考慮しなければ折り方の場合の数は合計 2^{M-1} 通りある。しかし、対象とする立体の幾何的な制約から、各頂点は式 (3.1) および式 (3.2) を満たさなければならない。

$$u'_i \geq u_i \quad (3.1)$$

$$gap = (u_{M-1} - u_0) - \sum_i \delta_i l_i = 0 \quad (\delta_i \in \{-1, 1\}) \quad (3.2)$$

式 (3.1) の u_i は折りたたみ前の頂点 Q_i の u 座標、 u'_i は折りたたみ後の u 座標である。この条件がすべての頂点について満たされたならば、折りたたむ際に隣接する側面のパネルが干渉を起こさずに折りたたまれる。一方でこの条件を満たさない場合、図 3.8 で示すように、断面線が折りたたみ過程で折りたたみ前の頂点より内側に移動するため、隣接する側面パネルと干渉を起こしてしまう。

式 (3.2) の δ_i は、折りたたみ後に辺 E_i の法線が上を向いているときに 1 を、下を向いているときに -1 の値をとるものとする。ここで、折りたたまれる際に天頂面は面の法線方向に一直線に折りたたまれることを想定してるため、折りたたみ過程で始点 Q_0 と終点 Q_{M-1} の u 座標は一定である。この条件を満たすときのみ、折りたたみ前後の始点 Q_0 と終点 Q_{M-1} の u 座標の値が一致するため、上下方向に折りたたみ可能であることを意味する。しかし入力した断面線について、図 3.9 で示すように、実際にはすべての可能な折りたたみ方を調べても式 (3.2) の $gap = 0$ を満たすものが存在することは稀である。したがって、式 (3.1) を満たす折りたたみ方の中から最良の折りたたみ方を選択し、 gap がゼロとなるように最適化によって断面線の修正を行う。詳しくは、3.3 節と 3.4 で述べる。

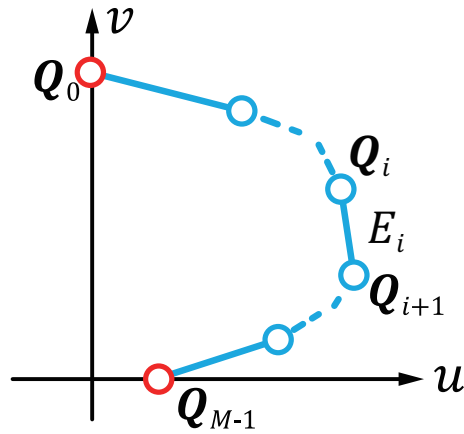


図 3.6: 対象とする断面線の例
(断面線の頂点数は M であり, 始点が Q_0 , 終点が Q_{M-1} となる.)

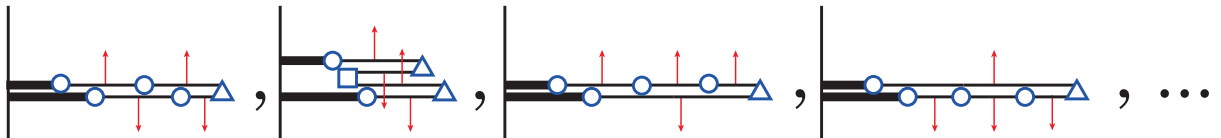


図 3.7: 5 つの頂点を入力した断面線の折りたたみ方の例
(2 つの太線は天頂面と底面, 赤色の矢印は各辺の法線を表す. また各頂点の形状は折りたたみ後のヒンジ (頂点) のなす角度により, 円形は 180 度 (平坦), 三角形は 0 度 (山折り), 四角形は 360 度 (谷折り) を表している. この例の場合, 折りたたみ方の場合の数は $2^{5-1} = 16$ 通り考えられる.)

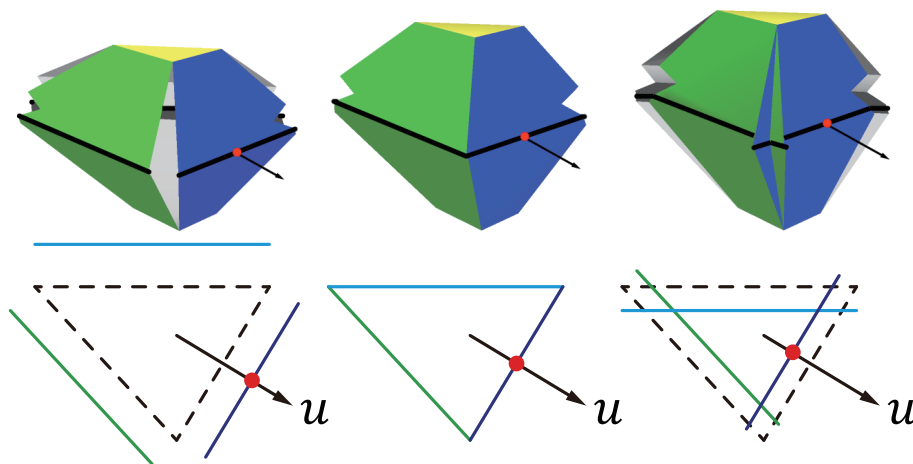


図 3.8: 折りたたまれる際の干渉の例

(折りたたまれる際に赤色の頂点 u'_i が矢印方向に移動する．左から $u'_i > u_i$, $u'_i = u_i$, $u'_i < u_i$ の状態である．上は俯瞰図，下は天頂面側から見た図である．)

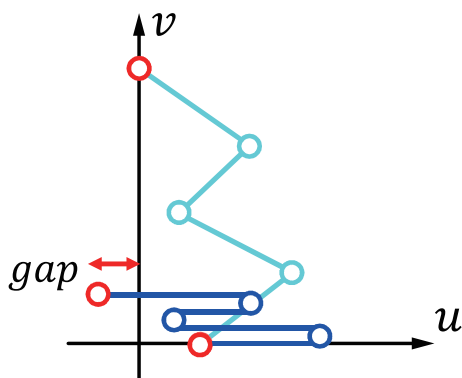


図 3.9: 折りたたみ前後の始点の位置の gap の例

(水色の線が折りたたみ前の形状であり，青色の線が折りたたみ後の形状である．)

3.3 評価値の導入

本節では，最良の折りたたみ方を求めるための評価値について述べていく．

各断面線について，式 (3.1) を満たす折りたたみ方の中から，最良の折りたたみ方に対し，式 (3.2) の gap がゼロとなるように辺の修正を行う．本手法では，「折りたたむ過程で面の向きやヒンジでの山・谷の変化少ない折りたたみ方」を上から下に自然に押しつぶすことができる折り方と定義し，折りたたみの前後で辺の向きの変化や折れ角の変化を小さく抑えることを目的とした評価値 C_1 ， C_2 を導入する．また，後工程で条件式 (3.2) を満たすように辺の長さを修正することになるため，この修正のための誤差を評価値 C_3 とした．各評価値は値が小さいものほど優れているとする．

3.3.1 折りたたみ前後での各辺の向きの変化

多面体を上から下に押しつぶす過程で自然な形で折りたたまれる方法を選択するように，多面体の各面の法線が折りたたみ前後で変化が小さいものを選択する．つまり，折りたたみ前後について各辺 E_i の法線の変化が小さいものほど評価値が小さくなるように，評価値 C_1 を式 3.3 のように定義する．

$$C_1 = - \sum_i \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}'_i \quad (3.3)$$

ここで，図 3.10 で示すように， $\mathbf{n}_i$ ， $\mathbf{n}'_i$ はそれぞれ各辺 E_i の折りたたみ前と後の正規化された法線ベクトルである．この内積をとることにより 2 つのベクトルがなす角 θ に対する $\cos\theta$ の値が評価の指標となる．

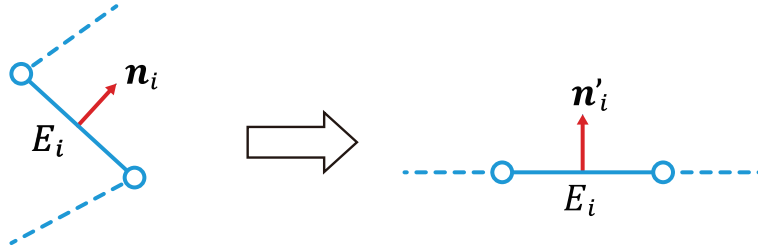


図 3.10: 折りたたみ前後での各辺の向きの変化の例
(左図が折りたたみ前の形状であり，右図が折りたたみ後の形状である.)

3.3.2 折りたたみ前後での折れの向き（山・谷）の変化

折りたたみの前後で、折りの山・谷が変化する場合も自然な形で折りたたむ妨げとなるため、この変化が小さいものを選択するための評価値 C_2 を式 3.4 のように定義する.

$$C_2 = - \sum_i (\mathbf{n}_i \times \mathbf{n}_{i+1}) \cdot (0, 0, \rho_i)^T \quad (3.4)$$

ここで、図 3.11 で示すように、 ρ_i は折りたたみ後のヒンジ（頂点）がそれぞれ山折りの場合（成す角が 0 度）は 1、平坦の場合（成す角が 180 度）は 0、谷折りの場合（成す角が 360 度）は -1 をとるものとする.

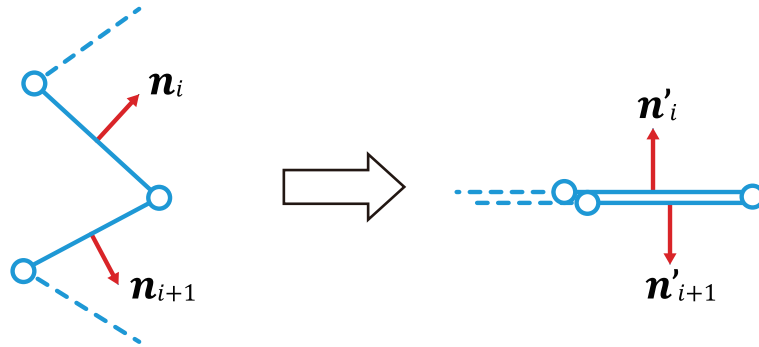


図 3.11: 折りたたみ前後での折れの向き（山・谷）の変化の例
（左図が折りたたみ前の形状であり、右図が折りたたみ後の形状である．この例で折りたたみ後の頂点 Q_i は山折りであるため $\rho_i = 1$ となる．）

3.3.3 端点の位置の誤差

後の工程で、条件式 (3.2) を満たすように入力された断面線の修正を行うため、図 3.9 で示すような gap になるべくゼロに近い方が辺の長さの修正が小さくて済み、その際の断面線の形状変化を小さくすることができる。形状の変化が小さくなるように評価値 C_3 を式 3.5 のように定義する。

$$C_3 = \frac{|gap|}{\sum_i l_i} M \quad (3.5)$$

前項で述べた 3 つの評価値 C_1 , C_2 , C_3 に対する重み付け線形和によって、折りたたみ方（折れ線の頂点の折れ角の指定方法）の評価値 C_{total} を式 (3.6) のように定義する。

$$C_{total} = \omega_1 C_1 + \omega_2 C_2 + \omega_3 C_3 \quad (3.6)$$

本研究では重み ω_1 , ω_2 , ω_3 についてすべて 1 を用いた。各断面線のすべての折りたたみ方について、この評価値 C_{total} を算出し、その値が最も小さいものを採用する。

3.4 断面線の修正

各断面線について採用された最良の折りたたみ方に対し、 gap の値がゼロになるように、入力として与えられた断面線の各辺 E_i の長さ l_i と各頂点 Q_i の位置を修正していく。

3.4.1 最急降下法による修正

まず gap をゼロとするために、各辺 E_i の長さ l_i の値を一定の比率で変更しそれを目標値とする。つまり目標値を $l_i + \frac{l_i}{\sum_i l_i} gap$ とすることより断面線全体で gap がゼロとなるようにする。

次に定めた目標値 $\hat{l}_i$ を用いてエネルギー関数 E を式 (3.8) のように定義し、図 3.12 で示すように、最急降下法によって最小となる時の頂点 $\hat{Q}_i$ の位置を求める。

$$E = \omega_Q \sum_i \|\hat{Q}_i - Q_i\|^2 + \omega_l \sum_i \|\hat{l}_i - l_i\|^2 \quad (3.7)$$

$$= \omega_Q \sum_i \{(\hat{u}_i - u_i)^2 + (\hat{v}_i - v_i)^2\} + \omega_l \sum_i \{\sqrt{(\hat{u}_i - \hat{u}_{i+1})^2 + (\hat{v}_i - \hat{v}_{i+1})^2} - l_i\}^2 \quad (3.8)$$

ここで、 $\hat{Q}_i$ と $\hat{l}_i$ はそれぞれ修正される頂点と辺の長さである。式 (3.8) の第一項は入力された断面線の頂点の位置をなるべく移動させないための項であり、第二項は gap の値をゼロにする、つまり平坦に折りたたみ可能とするための項である。2つの項には、それぞれ ω_Q , ω_l によって重み付けする。断面の線の修正の際には、折りたたみ可能とすることを優先するために、 ω_l の値を大きくする。本研究では $\omega_Q = 0.001$, $\omega_l = 1$ を用い、 gap が断面線の平均した辺の長さの 0.001 より小さく収束した場合は折りたたみ可能と判断し、収束しない場合は次に評価値の低い折りたたみ方を選択し断面線の修正を行った。

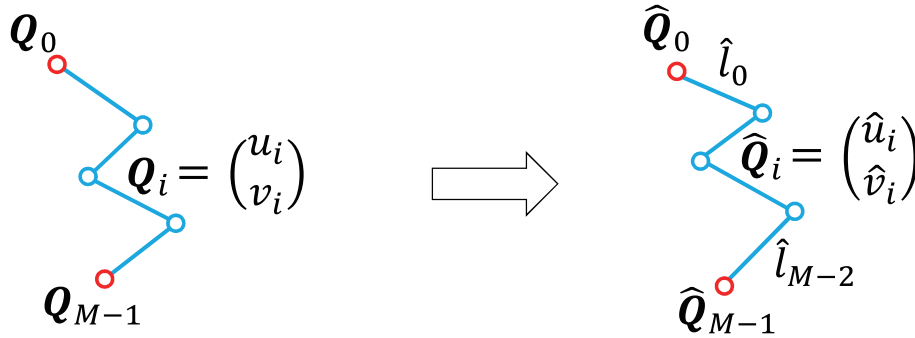


図 3.12: 折りたたみ可能となるように修正される断面線

(左図が入力した1つの断面線であり、右図が最急降下法によって修正された断面線である。)

3.4.2 手動による修正

断面線が折りたたみ可能となるように最急降下法により自動で修正された際に、想定した形状とならない場合がある。このため自動で修正された断面線について自由度が1よりも大きい（つまり頂点数が4以上の）場合は、修正された各辺の長さを保ったまま頂点位置の移動（微修正）を行う。ここで、図3.13で示すように、断面線の始点（天頂面）と終点（底面）は固定され、自由度から、それらに隣接する頂点は始点また終点を中心とした円周上のみ移動でき、その他の頂点は断面線の長さを制約とした中で任意に移動することができる。ただし、自動修正により各頂点の山・谷の割り当てをした最良の折りたたみ方が求まっているため、自動修正後の形状から山・谷の変化が生じない程度での修正とする。

本手法では、微修正の際の頂点移動を図 3.14 で示すようなインバースキネマティクスの Cyclic-Coordinate-Descent 法を用いて行う。折りたたみ可能に修正された断面線の 1 つの頂点 Q_i の位置を目標位置 Q'_i に移動する場合、断面線を $Q_i, Q_{i-1}, \dots, Q_0$ と $Q_i, Q_{i+1}, \dots, Q_{M-1}$ の 2 つの多関節に分け、それぞれ先端の Q_i を反復計算により目標位置 Q'_i に近づける操作で実現する。まず、先端から 2 番目にある関節 Q_{i-1} と Q_{i+1} を中心に先端を目標位置 Q'_i に最も近くなるように回転させる。次に 3 番目にある関節 Q_{i-2} と Q_{i+2} を中心に先端までの関節を固定したまま、先端が目標位置 Q'_i に最も近くなるように回転させる。この操作を関節の根元 Q_0 と Q_{M-1} までそれぞれ繰り返し、先端が目標位置 Q'_i に十分近づくまで同じ操作を繰り返す。

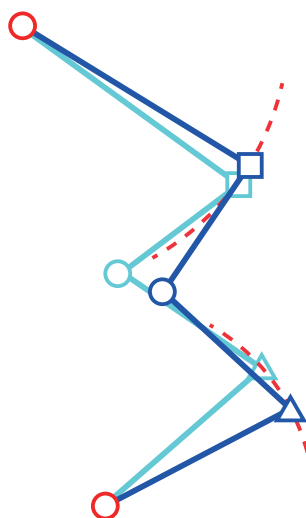


図 3.13: 手動により微修正される断面線

(水色の折れ線が修正された断面線であり、青色の折れ線がインバースキネマティクスを用いて微修正した折れ線である。赤い円形は天頂面と底面上の頂点であり、四角形と三角形は天頂面と底面上の点に隣接する頂点であり破線の円周上に沿ってのみ移動することができる。)

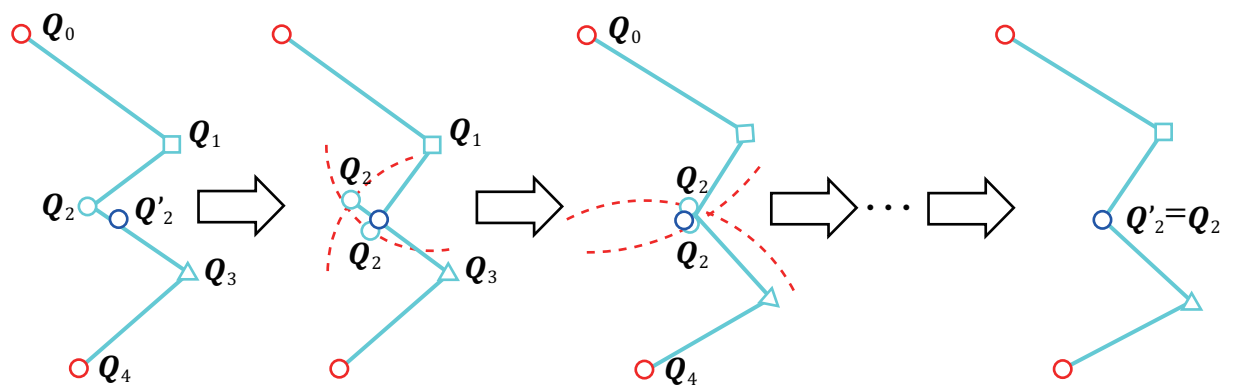


図 3.14: Cyclic-Coordinate-Descent 法による頂点位置の微調整

(青色の円形は目標位置 Q'_2 であり，左から 2 番目の図はそれぞれ Q_1 と Q_3 を中心に先端を回転させた例であり，左から 3 番目の図はそれぞれ根元 Q_0 と Q_4 を中心に先端を回転させた例，一番右の図は目標位置に収束した例である.)

3.5 複数のパーツを組み合わせたモデルの生成

生成された多面体パーツの形状は天頂面と側面の形状に依存するため1つの多面体パーツでは二股に分かれるような形状を生成することができない。そこで、図 3.15 で示すように、複数のパーツを面で接続することによってより形状の自由度を高めることを考える。またユーザが、紙等で試作する段階でパーツ間の形状・干渉を考慮し試行錯誤で組み合わせる手間を省くために、システム上でパーツの組み合わせを行い、折りたたみ時には干渉が発生するか判定を行う。

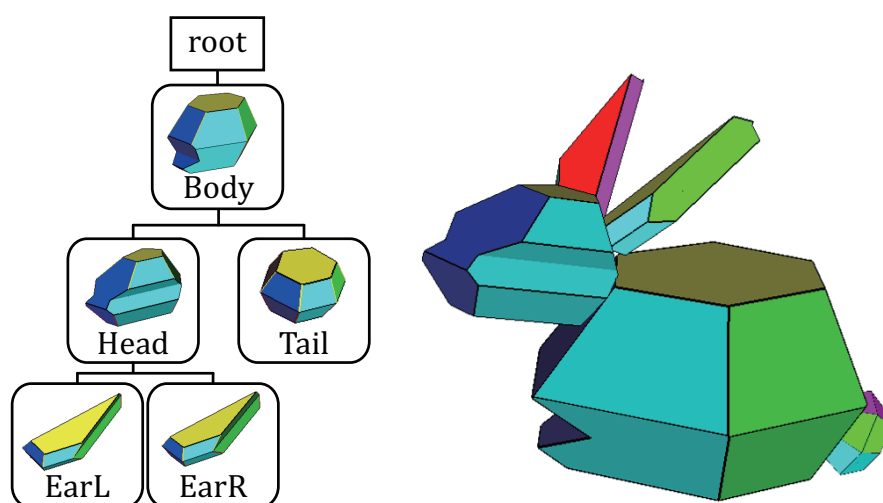


図 3.15: 複数のパーツを組み合わせて生成されたスタンフォード・バニーの例
(左図はパーツ間の接続をツリー構造によって表した例であり、右図はそれを基に生成された立体形状である.)

3.5.1 パーツの接続方法

パーツ間の接続については、面により接続を行う。まず接続したい子となるパーツの面を選択し、接続元の親となるパーツの面を選択し、図 3.16 に示すように、選択した面の法線同士が平行となるように面の接続を行う。また後工程でパーツ配置の修正を行うため、図 3.15 の左図で示すように、接続関係をツリー構造で表す。

次に接続したパーツ配置の修正を行う。パーツ配置は下記の3つの修正を行うことができる。

- 接続面の法線を軸とした回転
- 接続面の法線の始点を原点とした等比拡大
- 接続面上の移動

本研究のシステムでは、マウスピッキングにより面の選択を行い、選択された面同士の接続を行う。ただし任意の面に対して接続を行うと、隣接するパーツ間で干渉が発生する可能性がある。パーツ間の干渉が発生しないための条件は次項で述べる。

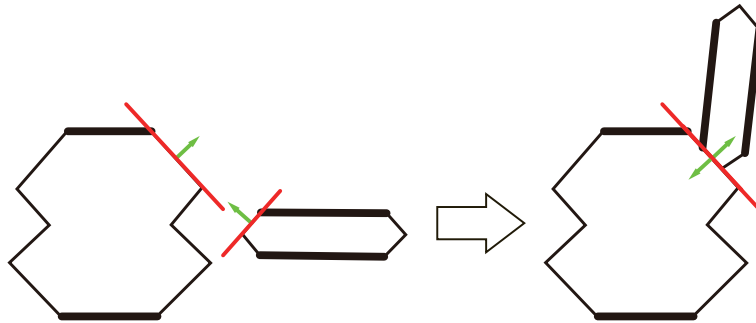


図 3.16: パーツ間の接続方法

(左図は接続前の2つのパーツであり、赤い線の面が選択された図であり、右図は選択された面同士が接続された図である。太線は天頂面または底面であり、赤色の線は選択された面にのる x, z 平面、緑色の矢印は法線となる y 軸である。)

3.5.2 隣接するパーツが干渉しないための条件

折りたたまれる過程で各パーツの側面は外側にせり出すため、パーツ同士を接続した面によっては干渉が発生してしまう場合がある。干渉を防ぐためには、折りたたみ後にパーツ同士が上下に重なるように配置されればよい。図 3.17 で示すように、各パーツについて折りたたみ後に天頂面側または底面側から見える面のみで接続することとする。

各パーツについて折りたたみ後に天頂面側から見える面を天頂面と同一レイヤー上にある面と呼ぶこととし、これらの面は、図 3.18 で示すように、折りたたみ後に断面線の始点から辿って行き初めて山折りとなる頂点までの辺で構成される面で定義される。同様に底面側から見える面を底面と同一レイヤー上にある面と呼び、これらの面は断面線の終点から辿って行き初めて山折りとなる頂点までの辺で構成される面で定義される。この定義された天頂面または底面と同一レイヤー上にある面のみでパーツ間の接続を行うこととする。

この操作により、隣接する多面体パーツ同士の干渉を防ぐことができる。またこの条件は折りたたみ前の状態で隣接するパーツ同士が干渉していないことを前提とする。

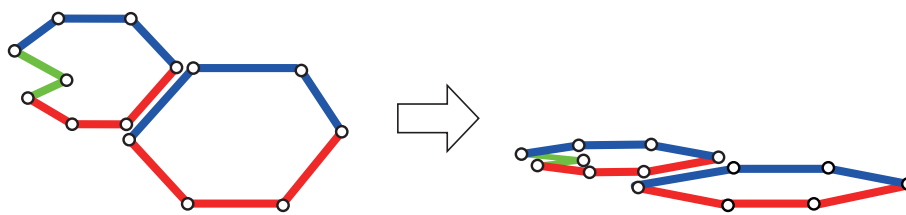


図 3.17: 隣接するパーツが干渉しないための条件の例

(左図は折りたたみ前の2つのパーツからなる立体形状であり，右図は折りたたみ後の形状である．青色の線は折りたたみ後に天頂面側から見える面であり，赤色の線は底面側から見える面である．緑の線は折りたたみ後に天頂面と底面の両方側からも見えない面であり，この面でのパーツ接続を行わないものとする.)

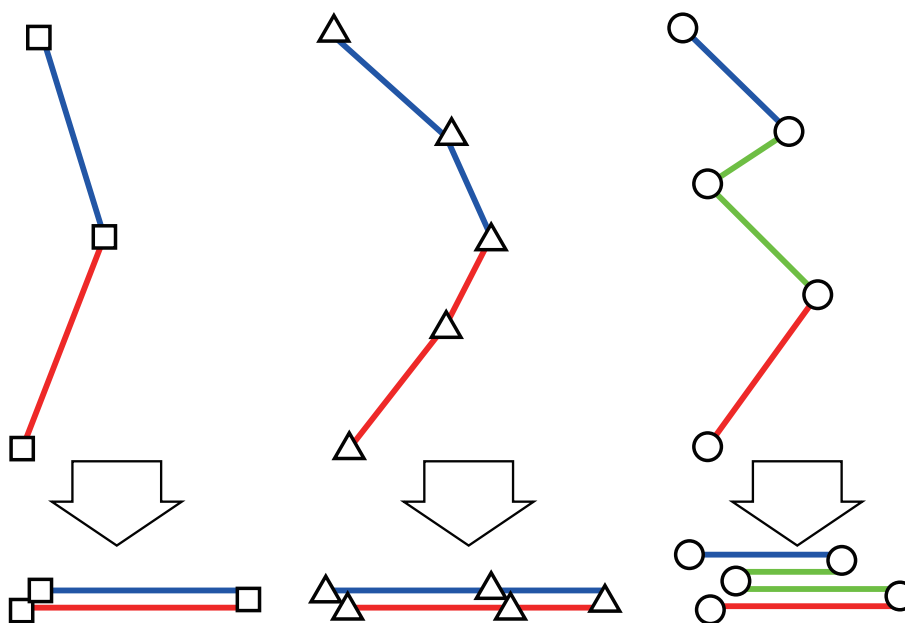


図 3.18: 天頂面または底面と同一レイヤー上にある面の例

(上図は折りたたみ前の断面線，下図は折りたたみ後の断面線である．青色の線は折りたたみ後に天頂面と同一レイヤー上にある面を構成する辺であり，赤色は底面と同一レイヤー上にある面を構成する辺である.)

3.6 折りたたみアニメーション

生成したモデルを出力する前に求める形状または折りたたみ方であることを確認することは、試作の際に試行錯誤する手間を省くために必要である。そこで視覚的に折りたたまれる様子確かめるために、折りたたみ過程のアニメーションの生成を行う。

本手法では折りたたみ前の形状と折りたたみ後の形状が既知であるが、折りたたみ過程の形状は未知である。このため折りたたみのアニメーションを生成する際に折りたたみ過程の補間を行う必要がある。

3.6.1 断面線の折りたたみ

最初に、図 3.19 で示すように、各パーツの 1 つの断面線について天頂面上の点（始点）を底面上の点（終点）に少しずつ近づけることによりアニメーションの生成を行う。断面線の終点は固定であり、始点は垂直に下した線上を（つまり u 座標を固定したまま）移動し、他の頂点は各辺の長さを保ったまま位置を移動される。多関節で根元と先端の 2 つ位置が定まっている場合では一般的にインバースキネマティクスが用いられるが、本手法の場合は山・谷の割り当てにより折りたたみ後のすべての関節（頂点）の位置や折れ曲がる角度の範囲が定まっているため、先端と根元の位置だけしか定めることができないインバースキネマティクスだけでは折りたたみアニメーションを表現することが難しい。そこで本手法では、各関節（頂点）の角度を指定して先端（始点）の位置が定まるフォワードキネマティクスと先端が v 軸上からずれた際の先端位置の調整をするインバースキネマティクスの両方を組み合わせることによって折りたたみを表現することにする。

まずフォワードキネマティクスを用いて状態 t における各頂点（ヒンジ）の成す角は式 (3.9) のように定まる。

$$(1 - t)a_{initial} + ta_{folded} \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (3.9)$$

ここで、 $a_{initial}$ は折りたたみ前のヒンジの角度であり、 a_{folded} は折りたたみ後の角度である。また状態 $t = 0$ の時に折りたたみ前の形状となり、 $t = 1$ の時に折りたたみ後の形状となる。式 (3.9) により折りたたみ前後の断面線の形状を補間することができる。しかし折りたたみ過程で始点が垂直に下した線上からずれてしまうので、インバースキネマティクスにより線上に乗るように始点の u 座標の値を修正する。

本研究では、状態 t を 0.05 刻みのステップ数を 20 として折りたたみ過程を補間した。

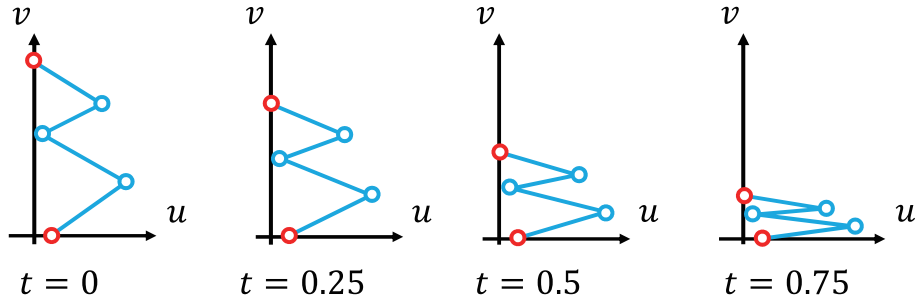


図 3.19: 1つの断面線の折りたたみアニメーションの生成手法

(各状態 t における断面線の形状である．赤色の円形は天頂面上または底面上の点であり，天頂面上の点は v 軸上を移動しながら折りたたまれる.)

3.6.2 1つのパーツにおける折りたたみ

次に各パーツの他の断面線についても同じステップ数で折りたたみ過程を補間する．各パーツは底面に対して天頂面がつねに平行となるように折りたたまれるため，図 3.20 で示すように，各状態ですべての断面線の高さ（始点の v 座標）を揃える必要がある．そこで各パーツについて基準となる断面線を選択する．基準となる断面線の状態 t における高さを h_t とし，他の断面線について最も h_t に近い状態を選択する．その選択された状態の断面線の高さが h_t となるように，インバースキネマティクスを用いて始点の v 座標の値を修正し，その状態を t とする．以上の操作により，図 3.21 で示すような各パーツの状態 t におけるすべての断面線の高さを揃えることができる．

本研究では，天頂面の高さを揃えた際の補間する状態のステップ数を 0.1 刻みの 10 として折りたたみ過程を補間した．

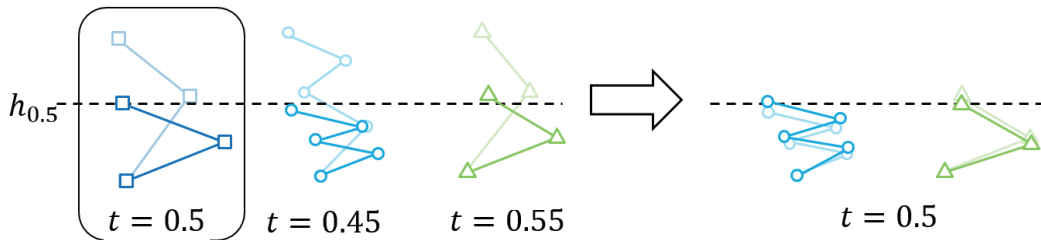


図 3.20: 複数の断面線の高さを揃える方法

(左図の枠で囲まれたのは基準となる断面線であり，破線は基準の高さとなる $h_{0.5}$ である．右図は基準の高さとなるように修正された他の断面線である.)

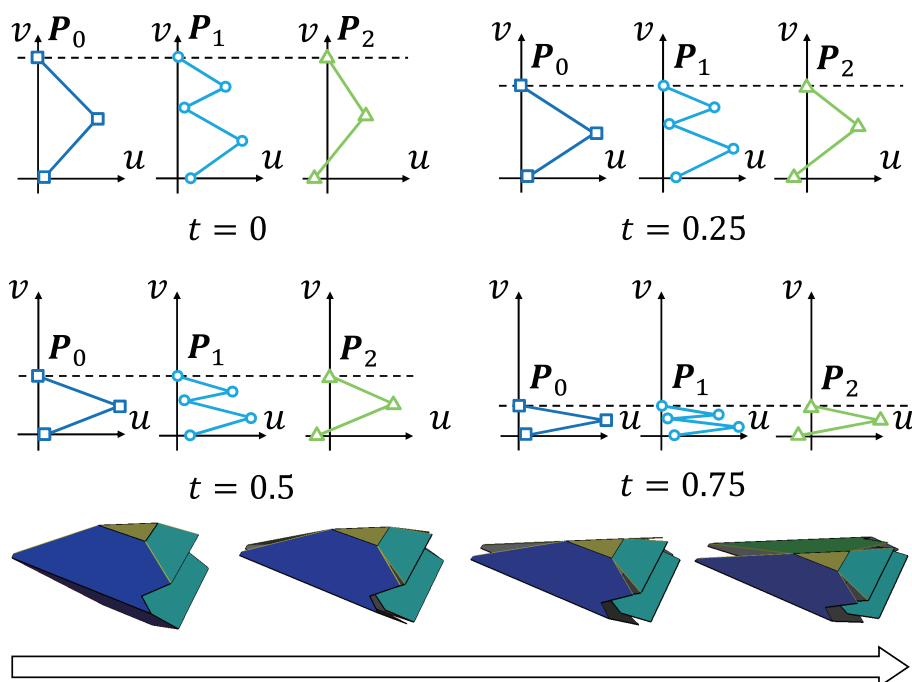


図 3.21: 補間した3つ断面線とその断面線により生成されたパーツのアニメーション
(下図は左から $t = 0, 0.25, 0.5, 0.75$ の状態である.)

3.6.3 複数のパーツにおける折りたたみ

最後に複数のパーツを組み合わせた折りたたみアニメーションを生成するために、求まった各パーツの折りたたみ状態 t について同時に変化させていく。ここで接続先の親となるパーツの面上に、接続する子のパーツのモデル座標を定め接続する面を x, z 平面とし、その法線を y 軸とすることにより、複数のパーツを組み合わせたモデルの折りたたみ過程が生成される。

以上の操作で図 1.3 のスタンフォード・バニーの例で示すような複数のパーツを組み合わせたアニメーションが生成できる。しかし本手法では隣接するパーツ間のみ干渉を防ぐことができるが、図 3.22 で示すような3つ以上のパーツが組み合わさった際に生じる大域的な干渉については、視覚的に判断しパーツの配置により防ぐこととする。

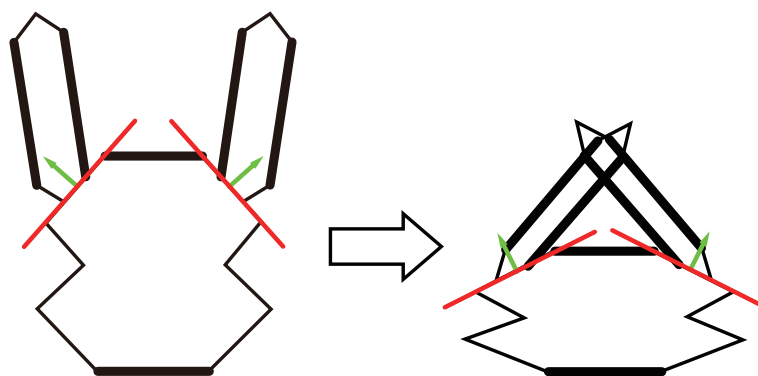


図 3.22: 折りたたみ過程で大域的な干渉が発生する例

(左図は折りたたみ前の形状であり，右図は折りたたみ過程の形状である．太線は天頂面または底面であり，赤色の線はパーツ間の接続面，緑色の矢印はその面の法線である.)

3.7 厚みの考慮

これまでの議論に、素材の厚みは考慮されていなかったが、実際には素材に厚みがあり、折りたたみを考える際には、この厚みを無視することはできない。ここでは、厚みの加え方に2つの方法を用い、生成したモデルから手動で厚みを加えることとする。実際の制作を考えた場合、ヒンジの形状が問題となるため、ヒンジの形状についても議論する。

3.7.1 厚みの加え方

厚みの加え方には、図 3.23 で示すように、折りたたみ可能な断面線の内側のみ、外側のみ、内と外側に均等に厚みを加える3種類の方法が考えられる。本手法では、次項で述べる1つの軸によるヒンジについては外側だけに厚みを加え、2つの軸によるヒンジについては内・外側に均等に厚みを加えることとする。しかしただ厚みを加えただけでは、折りたたみ過程で隣接するパネル同士のなす折れ角が変更されるヒンジ部分で干渉を起こしてしまうため、ヒンジ構造について考慮する必要がある。そこで2種類のヒンジ構造について述べていく。

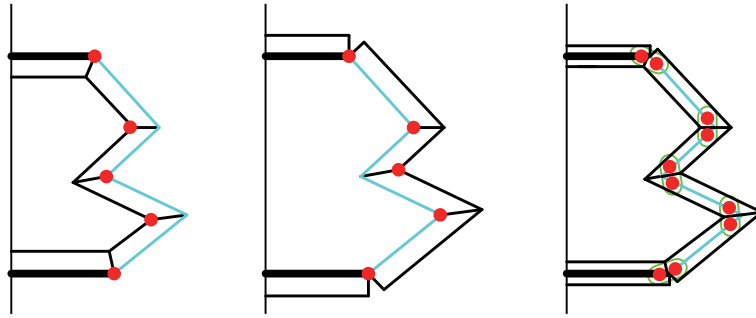


図 3.23: 厚みの加え方の例

(左図は内側に厚みを加えた例であり、中央図は外側に厚みを加えた例、右図は内と外側に均等に厚みを加えた例である。水色の折れ線が側面を構成する断面線であり、太線が天頂面と底面、赤色の丸がヒンジの回転軸となる。内と外側に均等に厚みを加えた場合は1つのヒンジにつき2つの回転軸と緑色の枠線のような橋渡しをするパネルが必要となる。)

3.7.2 1つの回転軸によるヒンジ

回転軸が1つのヒンジ構造は、図 3.24 で示すように、折りたたみ過程で折れ角が変更される頂点 Q_i について隣接するパネルの角度を定めることにより求まり、このとき隣接するパネル同士の角度は等しくなる。ヒンジ構造の角度 ϕ_i を定める要素は、隣接する辺のベクトル $\vec{E}_{i-1}$, $\vec{E}_i$ の折りたたみ前のヒンジのなす角度、折りたたみ後のヒンジのなす角度、折りたたみ時の山・谷の割り当ての3つがある。折りたたみ前の $\vec{E}_{i-1}$, $\vec{E}_i$ のなす角を θ_i とするとき、

折りたたみ後に隣接するパネル同士は平坦または山・谷となるため、それぞれの角度は π または 2π , 0に限られる．折りたたみ前後のそれぞれの状態での隣接するパネルの角度が小さい方をヒンジ構造の角度 ϕ_i とするが、例外的に折りたたみ時に谷となる場合のみヒンジ部分（折れ角が変更される点）を外側の点 Q_i^{out} とし、点 Q_i^{out} は次式(3.10)のように求まる．

$$Q_i^{out} = Q_i + \frac{h}{\sin(\phi)} R(\phi) \frac{\vec{E}_{i-1}}{|\vec{E}_{i-1}|} \quad (3.10)$$

ここで $R(\cdot)$ は回転行列であり、 h は厚さである．

以上により軸が1つのヒンジ構造の形状が定まり、対応表は表3.1となる．

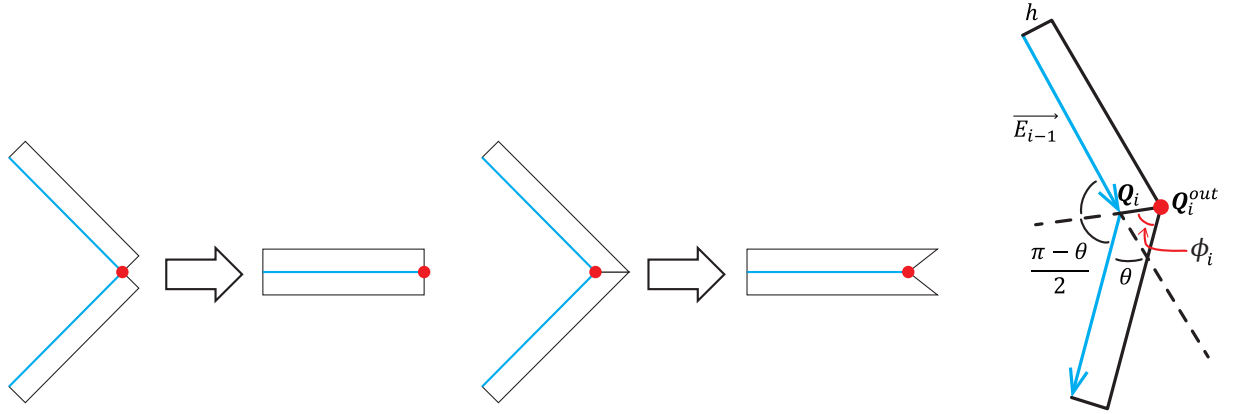


図 3.24: 1つの回転軸によるヒンジを用いて厚みを加えた例

(左図は断面線の辺の垂直方向に外側へ厚みを加えた場合であり、中央図は折りたたみ前の状態でヒンジ構造が接続するように修正した場合である．水色の線が断面線であり、赤色の丸がヒンジの回転軸となる．右図はヒンジ構造の角度 ϕ_i についての図である．ここで辺 E_i をベクトル $\vec{E}_i$ 、 ϕ_i の中心軸となる点を Q_i^{out} とする.)

表 3.1: ヒンジ構造の角度 ϕ_i と回転軸の位置の対応表

(Folding direction の Initial state と Folded state はそれぞれ折りたたみ前・後の各頂点（ヒンジ）の状態であり，Location of Hinge は折りたたまれる際のヒンジの回転軸が打ちと外のどちらにあるかを表している．また (a) から (f) は図 3.25 の折りたたみ前・後の形状に対応する.)

	Folding direction		ϕ_i	Location of Hinge
	Initial state	Folded state		
(a)	Mountain	Mountain	$(\pi-\theta)/2$	in
(b)		Valley	$(\pi-\theta)/2$	out
(c)		Flat	$\pi/2$	in
(d)	Valley	Mountain	$(\pi-\theta)/2+\theta$	in
(e)		Valley	$(\pi-\theta)/2+\theta$	out
(f)		Flat	$(\pi-\theta)/2+\theta$	in

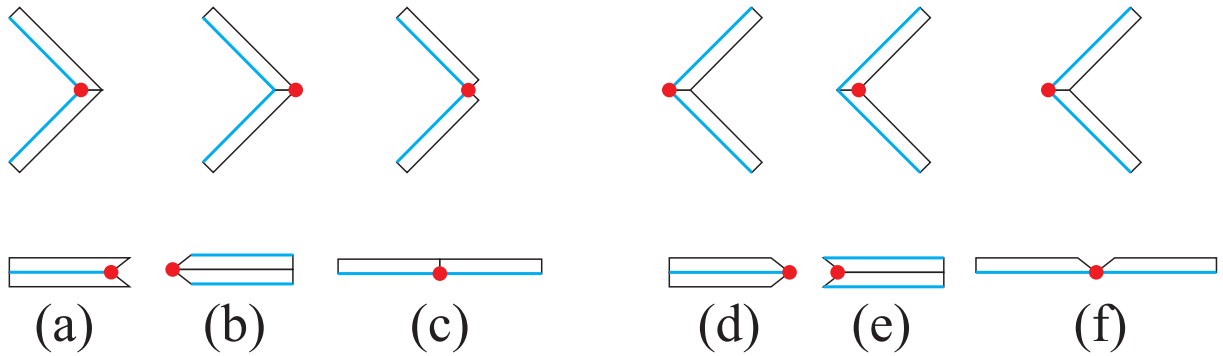


図 3.25: 表 3.1 に対応するヒンジ部分の折りたたみ前・後の形状
(水色の線は断面線の辺であり，赤色の丸は回転軸となる点である.)

以上の操作により，図 3.26 で示すような軸が 1 つのヒンジ構造を生成することができる．この構造は任意のモデルに対して折れ角を定め，折りたたみを行うことができる．しかし，折りたたみ過程で角度が変更されるヒンジ部分がパネルの点 Q_i または点 Q_i^{out} の一点のみで接続することが前提であるために，蝶番を取り付けた際のずれやヒンジをテープ等で表現した際の耐久性が問題となる．そこで，2 つの回転軸によるヒンジモデルを用いることを考える．2 つの回転軸によるヒンジモデルとして既存の rolling contact joints と呼ばれる手法 [19] があるが，この手法は隣接するパネルの間に柔軟性のあるテープを取り付けることによりヒンジ部分の折れ角を変更することができる．一方で，本手法は柔軟性のあるテープの代わりに厚みのあるパネルの内部にヒンジ構造がある 2 つの回転軸によるモデルを用いる．



図 3.26: 1つの回転軸によるヒンジを用いた折りたたみモデル
(左図は折りたたみ前の形状であり，右図は折りたたみ後の形状である.)

3.7.3 2つの回転軸によるヒンジ

厚みのある2枚のパネルを平坦に折りたたむ際に用いるヒンジの一種に，回転軸を2つもつダブルヒンジと呼ばれるものがある．図 3.29 で示すように，ダブルヒンジは隣接する2つのパネルの間に橋渡しをする1つのパネルを持つ．まず，断面線の内側と外側の両方に $h/2$ のオフセットを与え，図 3.27 に示すように，厚さ方向の中心に軸を設ける．橋渡しをするパネルについては，厚さを同様に h とし2つの軸の間隔を h とする．ヒンジ部分はそれぞれの軸を中心とした半径 $h/2$ の半円柱形となり，軸となる円柱形の棒を設ける．この際のパネルの奥行きは任意の大きさとなる．隣接する2つのパネルについても同様にヒンジ部分をそれぞれの軸を中心とした半径 $h/2$ の半円柱形とする．またヒンジ部分のために軸を中心に厚さ・横を h ，橋渡しするパネルが入る十分な大きさの奥行き分だけ削り，橋渡しをするパネルの軸となる棒が入るように十分な大きさの円柱形の穴を設ける．

以上の操作により，図 3.29 で示すような軸が2つのヒンジ構造を生成することができる．このような構造により，図 3.29 の下図で示すように，ヒンジ部分の折れ角を折りたたみ前の角度から折りたたみ後の角度まで任意に変更することが可能となる．

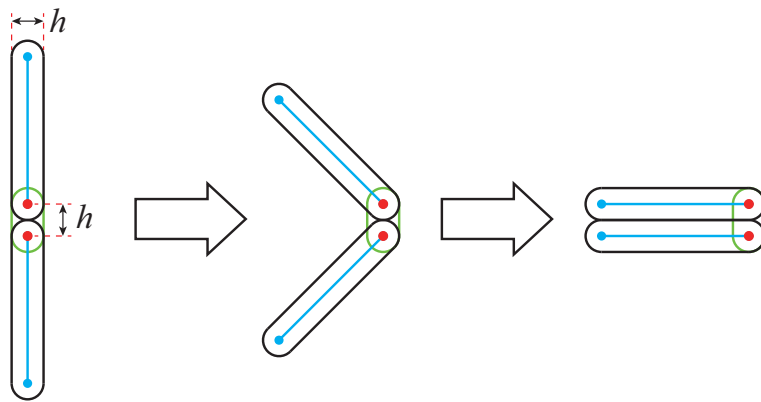


図 3.27: ダブルヒンジの厚みの加え方

(水色が断面線の辺であり，赤色の丸が回転軸が，緑色の枠が橋渡しをするパネルとなる.)

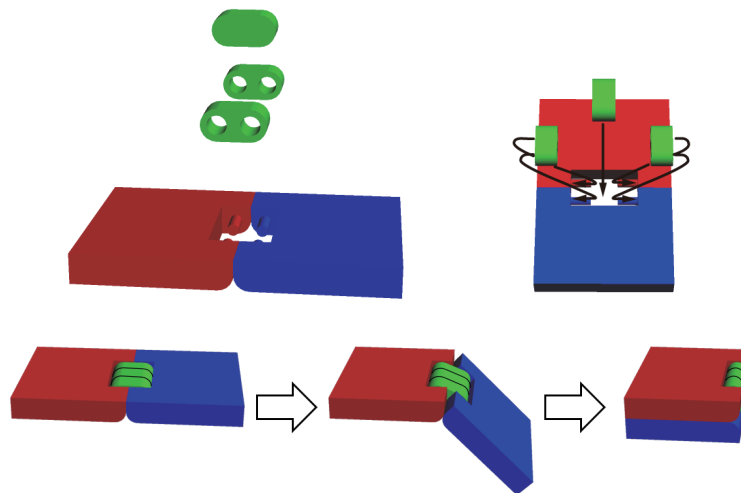


図 3.28: ダブルヒンジの組み立て方法

(赤色と青色のパネルの2つの軸と緑色の橋渡しをするパネルにより左から右のように折りたたむことができる.)

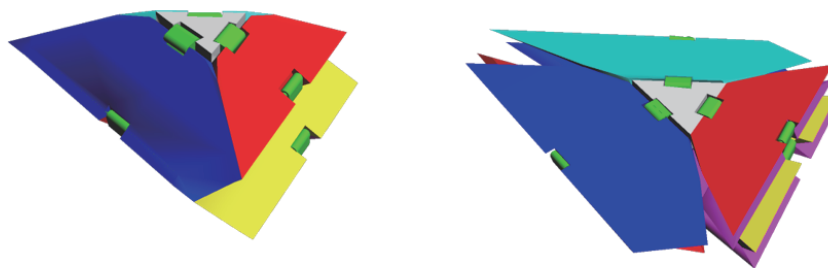


図 3.29: ダブルヒンジを用いた折りたたみモデル
(左図は折りたたみ前の形状であり，右図は折りたたみ後の形状である.)

3.7.4 干渉する部分のトリミング

厚みを加えても 3.7.2 と 3.7.3 項の操作でヒンジ部分の干渉を防ぐことができる。しかし、図 3.30 の左図で示すように、厚みを加えた部分で式 (3.1) を満たさなくなり折りたたみ後に隣接する側面の角でも干渉が発生するため、右図で示すような干渉部分のトリミングを行う必要がある。例えば、断面線の外側に厚みを加えた場合、断面線の始点から厚みを加えられた角は折りたたみ後に内側に移動するため式 (3.1) を満たさなく角 A から点 B にかけて干渉してしまう。このような場合は三角形 A'BC のように厚みを加えたパネルの角をトリミングを行う。

この操作により、厚みを加えたすべての部分で式 (3.1) を満たし、干渉せずに折りたたむことができる。

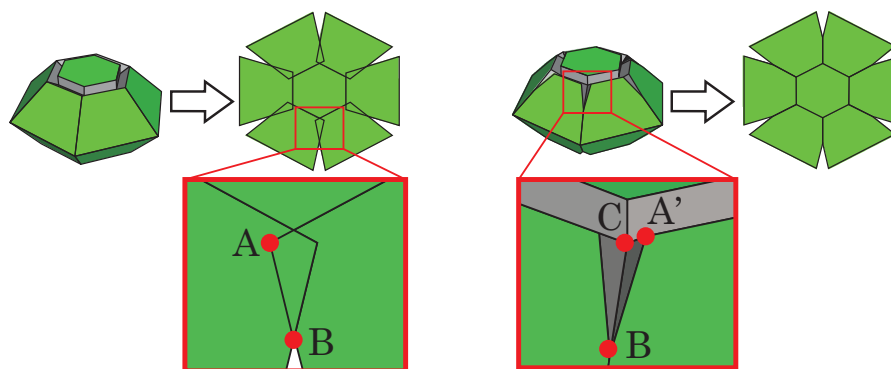


図 3.30: 厚みを加えた際に干渉が発生する部分のトリミング方法

(左図の左側は断面線に厚みを加えて生成されたモデルであり、右側はそのモデルを折りたたんだ際に干渉が発生する例である。右図の左側は干渉を防ぐために隣接する側面の角をトリムしたモデルであり、右側はそのモデルが干渉せずに折りたたまれた例である。)

3.8 切開辺の固定

紙のような薄く，変形するような素材で試作されたモデルは，折りたたみ後から折りたたみ前の形状に戻した際に側面の辺が切り離されるため，元の形状に戻りづらい．そこで切り離された辺を固定するための手法を述べていく．

3.8.1 はねの重なりによる固定

切開辺にはねを付与することにより球体・回転楕円体・卵型などの曲面体を瞬時に構成し，またそれを平面に戻すことが可能となる手法が中山ら [21] によって提案されている（図 3.31）．またこの手法で生成可能な立体の側面を構成する断面線は凸形状に限られ，また折りたたみ後は 1 つの山のみで折りたたまれる．

中山らの手法を本手法で生成されたモデルでは，折りたたみ前に共有されている切開辺がどちらも天頂面と同一レイヤー上にある面に属しているか，底面と同一レイヤー上にある面に属していれば，切開辺にはねを付与できることとする．また，図 3.32 の左で示すように，はねの形状は折りたたみ前に隣接している面の 4 点を選択し，これを制御点とする 3 次のベジエ曲線によって生成される．ただし平坦に折りたたんだ際に，図 3.32 の中央で示すように，はねが多面体モデルよりも外側にはみ出し干渉してしまうことがあるため，図 3.32 の右で示すような制御点の位置を折りたたみ後の点に移動させる修正が必要である．

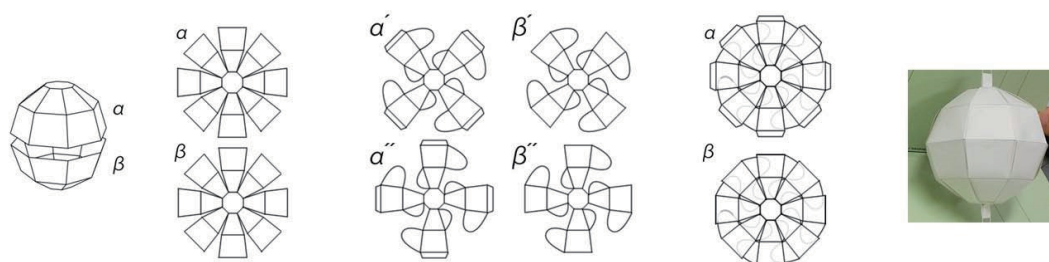


図 3.31: 中山らの手法 [21] による切開辺の固定方法 （引用：参考文献 [21]）

（次のように折りたたみ・展開が可能な多面体が生成される．

1. 球体に近似した多面体の折りたたみ後に山折りとなる辺で上半球 (α) と下半球 (β) に分けて考える．
2. 上半球と下半球をさらに 2 つに分け，はねを交互に取り付ける．
3. 上半球と下半球を組み立てる．はねが重なる平面の下に入るようにする．
4. 上半球と下半球を接着することで完成する．上下に取り付けた取手を引っ張ることで球形に固まり，押し込むと平面に戻る．)

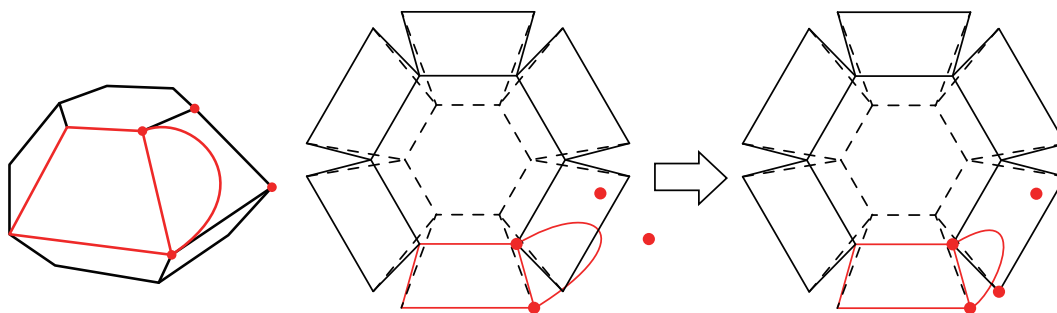


図 3.32: はねの形状の生成方法

(左図が折りたたみ前の形状であり、赤枠は切開辺が付与される面、4つの赤い点は3次のベジエ曲線の制御点である。中央図は左図の形状を平坦に折りたたんだ様子である。右図ははみ出したはねを制御点を移動させることに修正した様子である。)

3.8.2 ヒダの折り込みによる固定

多面体の折りたたみ模型を対称2枚貼りでデザインされた手法が野島 [22] によって提案されている。野島の手法は多面体の対称面を求め、この面を基に対称な展開図を生成する。また生成されるヒダは、展開図上で折りたたまれることで切開された辺同士に付与され、ヒダの折り込まれる辺はその2つの切開辺の二等分線となる。

野島の手法を本手法で生成されたモデルでは、図 3.33 で示すように、折りたたみ前に共有されている切開辺がどちらも天頂面と同一レイヤー上にある面に属しているか、底面と同一レイヤー上にある面に属していれば、切開辺にヒダを付与できることとする。また、ヒダが大きければ元の状態の際に他のヒダや多面体と干渉を起こしてしまうため、その際は取り除くこととする。一方でヒダが小さい場合は作成が難しいため、その場合も取り除くこととする。ヒダは次の条件で大きさが決まる。

- 天頂面の隣接する辺のなす角が小さい場合、ヒダに接続する2つの切開辺のなす角が大きくなる (図 3.34 の左)。
- 側面を構成する断面線の辺が長い場合、ヒダに接続する2つの切開辺の辺が長くなる (図 3.34 の左)。
- 側面を構成する断面線の折れ角が大きい場合、ヒダに接続する2つの切開辺のなす角が大きくなる (図 3.34 の右)。

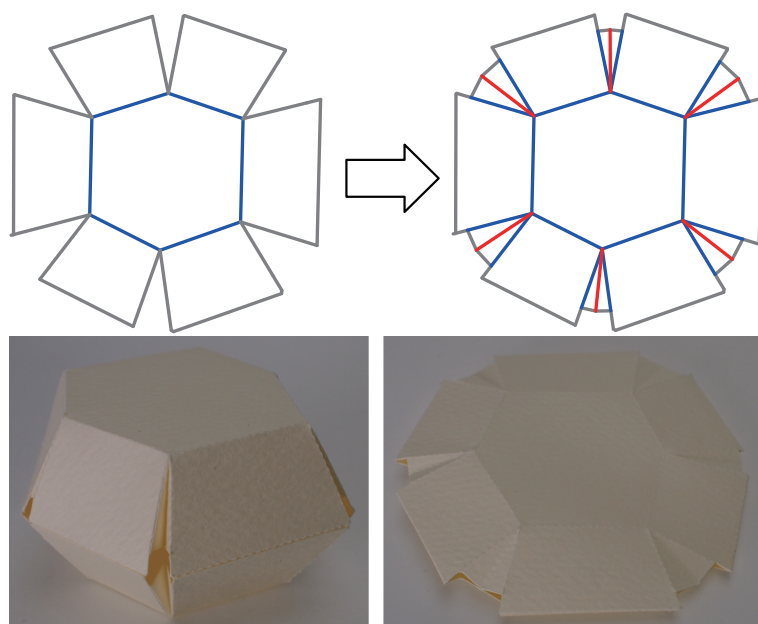


図 3.33: 野島の手法 [22] による切開辺の固定方法

(上図は、天頂面と同一レイヤー上にある面にヒダを付与した例である。下図はヒダを付与した試作例であり、左が折りたたみ前、右が折りたたみ後の形状である。)

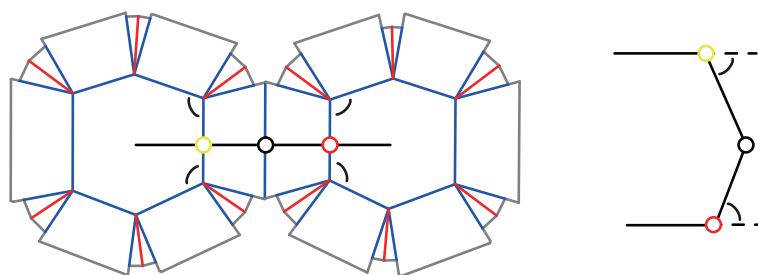


図 3.34: ヒダの大きさの決まり方

(左図は立体形状の展開図である。右図は左図の実線を折りたたみ前の状態に戻した際の断面線である。黄色の円形が天頂面上の点であり、赤色の円形が底面上の点である。)

3.9 出力方法

本手法により生成された折りたたみ可能な立体形状について、実際に試作を行うために、データの出力を行う。

3.9.1 折りたたみ可能な 3D モデルデータ

本手法により生成された折りたたみ可能な立体形状を、図 3.35 で示すように、3D モデルデータの OBJ ファイルフォーマットにより出力する。

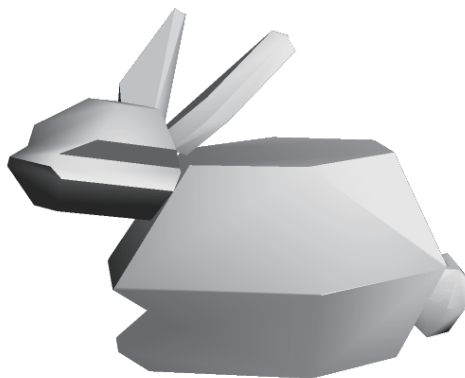


図 3.35: 生成した立体形状を基に出力された 3D モデルデータ

3.9.2 折り曲げ方向に関する情報

折りたたみ方は、各パーツの各断面線について i 番目の辺 E_i の法線が折りたたみ後に u 軸について正方向 ($\delta_i > 0$) ならば +, 負方向 ($\delta_i < 0$) ならば - をテキストファイルフォーマットに文字列として出力する。

例えば 3.6.2 項の図 3.21 の場合、下記のように出力される。

Part 0

FoldingPattern 0: $+E_0 - E_1$

FoldingPattern 1: $+E_0 - E_1 + E_2 - E_3$

FoldingPattern 2: $+E_0 - E_1$

...

3.9.3 入力線情報

必要な入力情報は天頂面の頂点と側面を構成する断面線の頂点であり，下記のように出力される．

```
Part 0
TopPanel
 $x_0, y_0$ 
 $x_1, y_1$ 
 $x_2, y_2$ 
...
Outline 0
 $u_0, v_0$ 
 $u_1, v_1$ 
 $u_2, v_2$ 
...
Outline 1
 $u_0, v_0$ 
 $u_1, v_1$ 
 $u_2, v_2$ 
...
Outline 2
...
```

ここで TopPanel は天頂面上の頂点の集合であり， x_i, y_i は天頂面上の頂点 t_i の x, y 座標である．また Outline j は j 番目の断面線の頂点の集合であり， u_k, v_k はその断面線上の頂点 Q_k の u, v 座標である．

第4章 結果

本手法を基にしたアプリケーションを実装し，そこで生成されたモデルについて試作を行った．本章では本手法で生成されたモデルの結果について述べていく．

4.1 入力した断面線の修正

まず入力した断面線と最急降下法を用いて修正されたその断面線の誤差について検証を行った．今回3つの断面線によって構成される単純なモデルについて誤差の検証を行い，図4.1で示すように，断面線の辺の長さや頂点位置が修正されたことが確かめられた．図4.1の赤色の折れ線は入力した断面線であり，また青色の折れ線は式(3.1)と(3.2)を満たすように修正された断面線である．また3.3節で述べた評価値を導入することにより最良の折りたたみ方（折りたたみ後の各頂点における山・谷・平坦の割り当て）が選択されることも確かめられた．

図4.1の3つの断面線において高さを 12.9cm とした時，入力した断面線と修正後の各頂点位置の最大誤差（頂点位置の移動）は 12.3mm ，平均の誤差は 5.68mm となり，最大誤差を高さの $1/10$ 未満にすることができた．また折りたたみ条件の式(3.2)の gap の最大は 0.0335mm となり，試作する際には十分に無視して良い値まで収束することが確かめられた．頂点数の多い断面線については，頂点が増えると折りたたみ方（山・谷・平坦の割り当て）の候補が指数関数的に増加するため，選択された最良の折りたたみ方の gap が小さくなる傾向にある．以上により本手法の最急降下法による断面線の有用性が確かめられた．

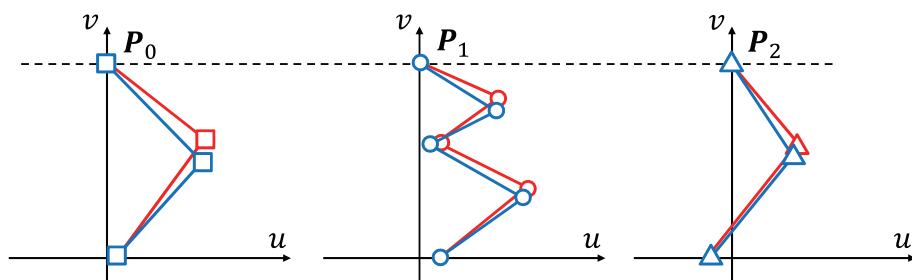


図 4.1: 入力線と修正後の断面線の誤差

(赤色の折れ線が入力した断面線であり，青色の折れ線が修正された断面線である.)

4.2 厚みのない多面体モデル

本手法により生成された多面体の 3D モデルデータについて、2D の展開図に変換するソフトのペパクラデザイナー [23] を用いて展開図を生成した。生成した展開図について本手法の有用性を確かめるために、厚みの無視できる紙で試作を行った。

4.2.1 1つのパーツによるモデル

図 4.2 は図 4.1 の断面線を基に生成された 1 つのパーツによるモデルの展開図である。また図 3.1 は子の展開図を基に紙により試作されたモデルであり、縦が 10.5cm 、横が 14.7cm 、高さが 8.0cm である。図 4.2 の括弧の中は左の文字が各辺における折りたたみ前の山・谷の割り当てであり、右の文字が山・谷・平坦の割り当てである。ここで M, V, F はそれぞれ山, 谷, 平坦を表す。例えば, (M,F) の辺は折りたたみ前が山であり, 折りたたみ後が谷で折りたたまれることを意味する。

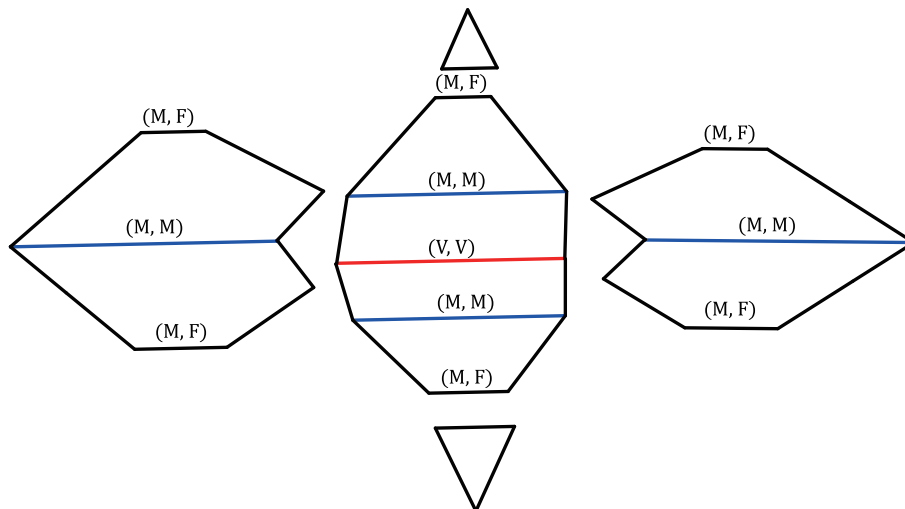


図 4.2: 図 3.1 の多面体モデルの展開図

(青色の線は折りたたみ前に山となる辺であり、赤色の線は谷となる辺である.)

より複雑なモデルとして、図 4.3 で示すようなスフィンクスの試作を同様に行った。このモデルは縦が 17.2cm 、横が 5.5cm 、高さが 8.7cm であり、最急降下法による断面線の修正にかかる時間は 1 秒未満だった。

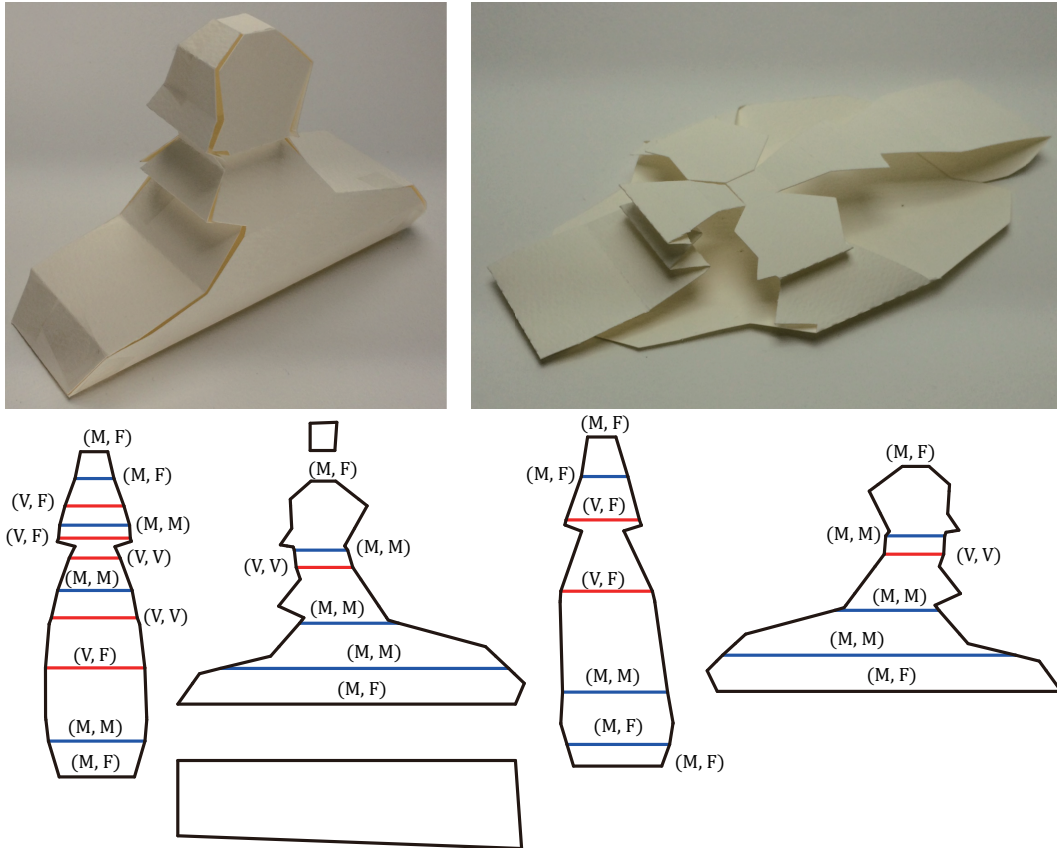


図 4.3: 紙により試作したスフィンクスの試作例
 (上図の左が折りたたみ前の形状であり、右が折りたたみ後の形状である。下図はこのモデルの展開図である。)

4.2.2 複数のパーツを組み合わせたモデル

1つのパーツでは二股に分かれるようなできないため、図 4.4 で示すように、複数のパーツを組み合わせて二股に分かれる Y 字のモデルの試作を行った。この結果、2つのパーツが干渉を起こさずに折りたたまれることが確認できた。

またより複雑なスタンフォード・バニーやユタ・ティーポットのモデルについても同様に図 4.5 で示すような試作を行った。このとき、3.5.2 項の隣接するパーツが干渉しないための条件を満たすようにパーツの接続面を選択し、また 3.6.3 項で生成したアニメーションにより視覚的に大域的な干渉を防ぐようにパーツの再配置を行った。この結果、複数のパーツが干渉を起こさずに折りたたまれることが確認できた。

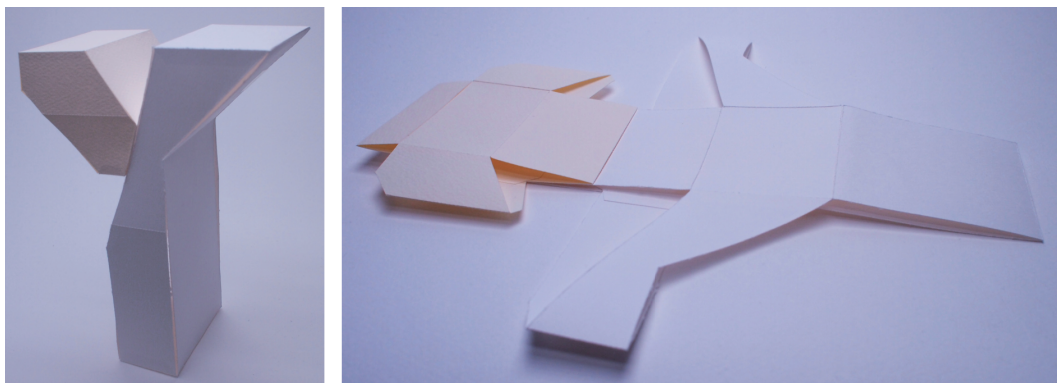


図 4.4: 紙により試作した複数のパーツを組み合わせた Y 字の試作例
(左図が折りたたみ前の形状であり、右図が折りたたみ後の形状である.)

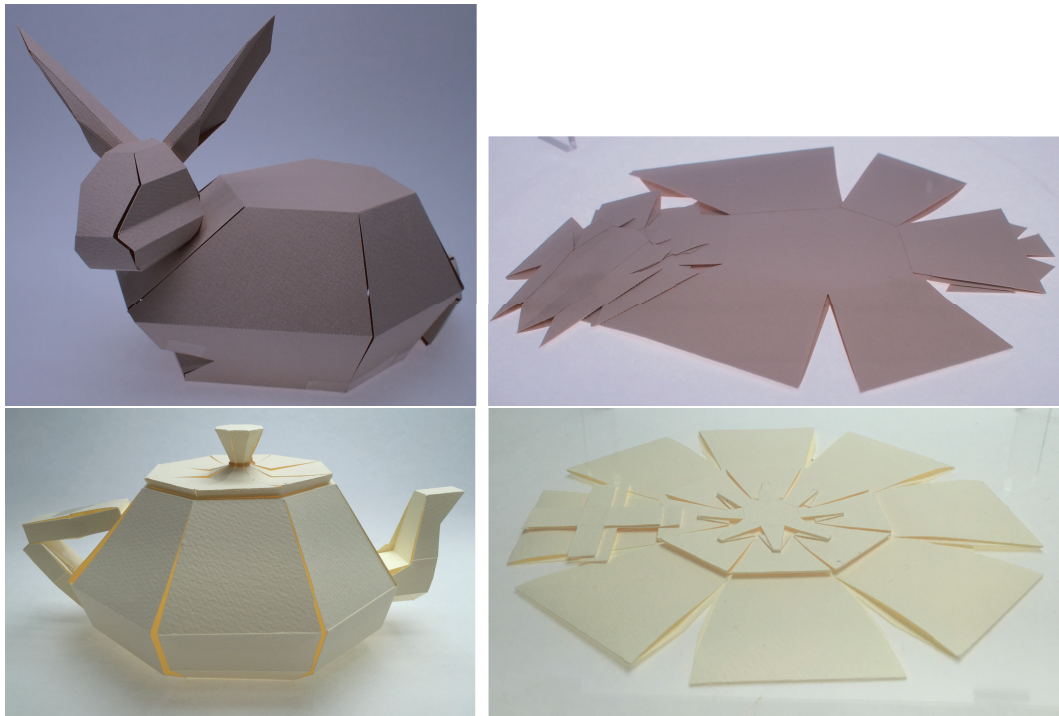


図 4.5: 紙により試作した複数のパーツを組み合わせたスタンフォード・バニーとユタ・ティーポットの試作例

(上図がスタンフォード・バニーであり，下図がユタ・ティーポットである．左が折りたたみ前の形状であり，右が折りたたみ後の形状である.)

4.3 厚みのある多面体モデル

本手法により生成された多面体の3Dモデルデータについて3.7節で述べた厚みの加え方とヒンジの構造を用いて試作を行った。

4.3.1 1つの回転軸のヒンジ

図4.6は回転軸が1つのヒンジ構造を用いた試作例である。上図の試作例は軸対称な形状であり、折りたたみ前の形状は縦・横が10.5cm、高さが12cm、厚さが0.5cmであり、4つのレイヤーに折りたたまれ、高さが2.0cm、縦・横が10.0cmとなる。また試作時には3Dプリンタを用い、接続する2つのパネルのヒンジ部分にはテープを用いて折れ角を変更できるようにした。同様に図4.6の下で示すようなスチレンボードでも試作を行い、回転軸が1つの試作例について折りたたみができることが確認できた。

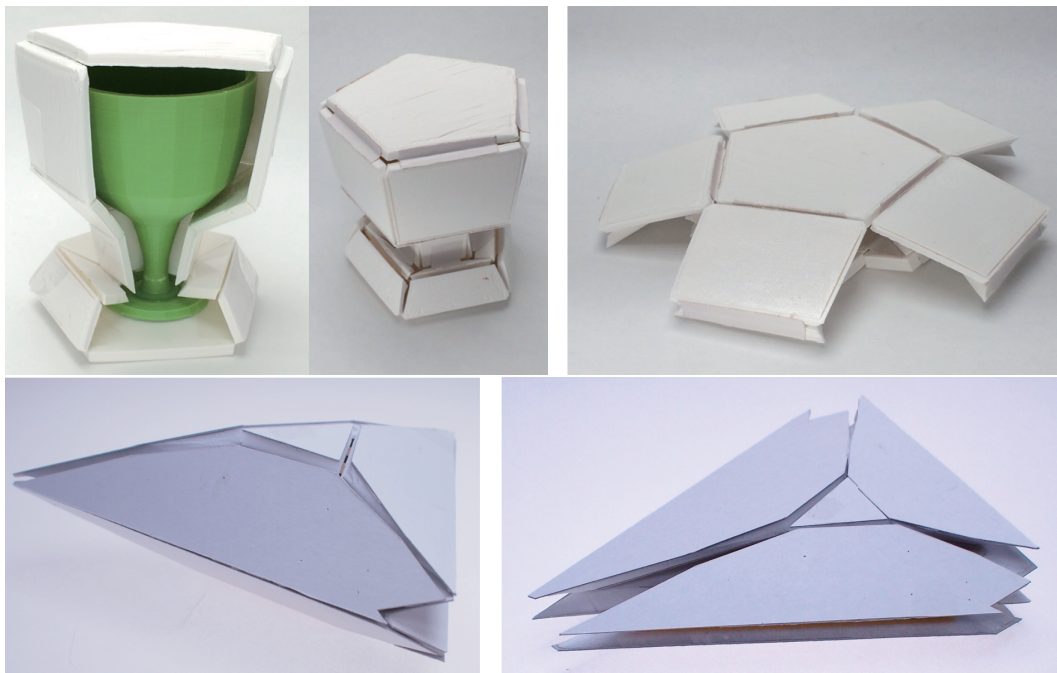


図 4.6: 1つの回転軸のヒンジを用いた試作例

(左図が折りたたみ前の形状であり、右図が折りたたみ後の形状である。左上図は、立体形状を入れ物として扱うために、1つの断面線で構成される側面を取り除いた例である。)

4.3.2 2つの回転軸のヒンジ

図 4.7 は回転軸が2つのヒンジ構造を用いた試作例である．上図の試作例は軸対称な形状であり，下図は天頂面が等脚台形とした形状である．どちらの試作例も天頂面と同一であるまたは底面と同一レイヤーである2つのレイヤーに折りたたまれる．また試作時には3D プリンタを用い，回転軸が2つの試作例について折りたたみができることが確認できた．

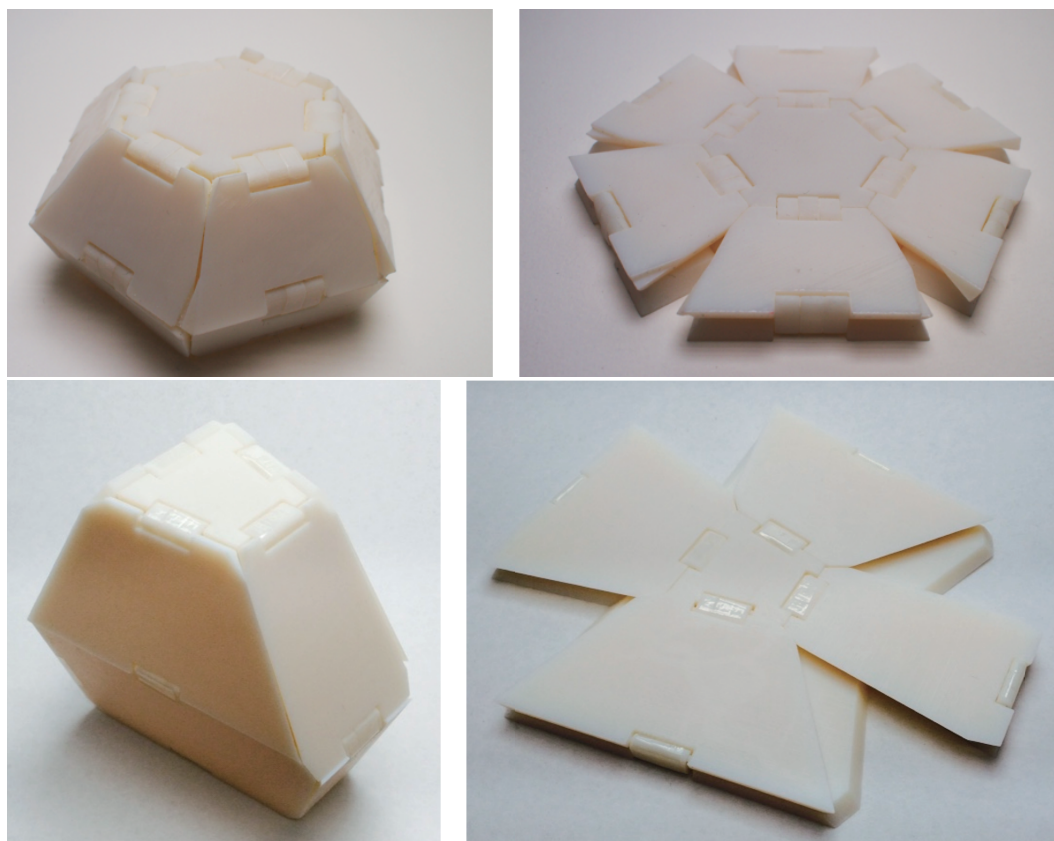


図 4.7: 2つの回転軸のヒンジを用いた試作例
(左図が折りたたみ前の形状であり，右図が折りたたみ後の形状である.)

4.4 切開辺の固定

本手法により生成された多面体の展開図に 3.8 節で述べた切開辺の固定方法を用いて試作を行った。またアプリケーション上で、図 4.8 で示すように、はねやヒダの付与が可能である折りたたみ前に共有されている切開辺がどちらも天頂面と同一レイヤー上にある面に属している箇所は黄色の線で表示し、底面と同一レイヤー上にある面に属している箇所は赤色の線で表示した。

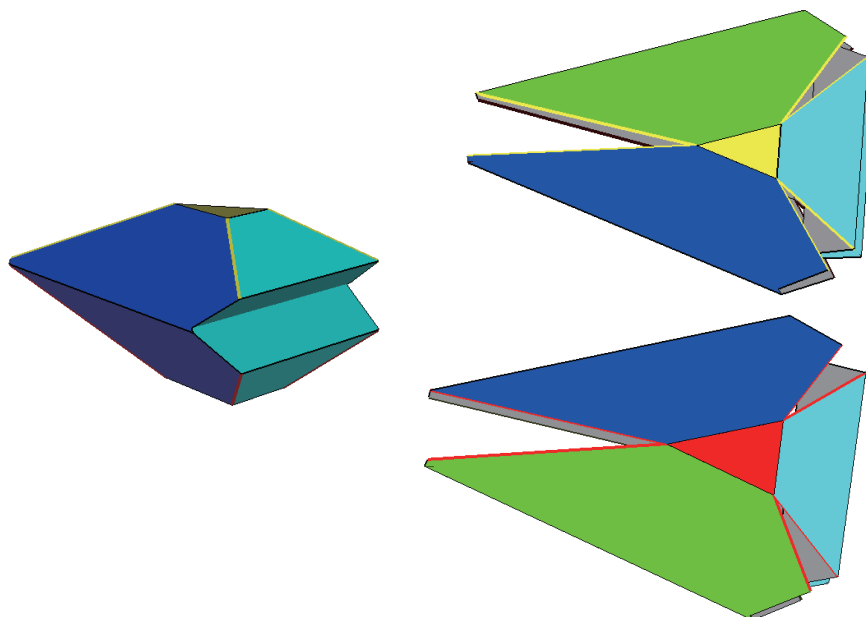


図 4.8: はねやヒダの付与が可能な切開辺の例

(左図が折りたたみ前の形状であり、右図が折りたたみ後の形状であり、上が天頂面側から見た図、下が底面側から見た図である.)

4.4.1 はねの重なりによる固定

図 4.9 で示すように、天頂面を上引っ張ることにより、はねがかみ合い切開された辺を固定することが確認できた。

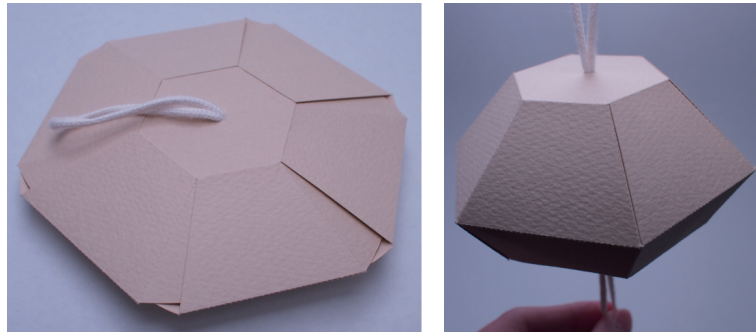


図 4.9: はねの重なりによる固定の試作例
(左図が折りたたみ後の形状であり，右図が折りたたみ前の形状である.)

4.4.2 ヒダの折り込みによる固定

図 4.10 で示すように，元の形状に戻す際にヒダを内側に折り込むことにより，切開された辺を固定することが確認できた．またヒダの付与により，ヒダが付与されていない切開辺についても側面を構成する断面線の各頂点の自由度が小さくなり（各頂点の移動が制限され），固定されやすくなることが確認できた．

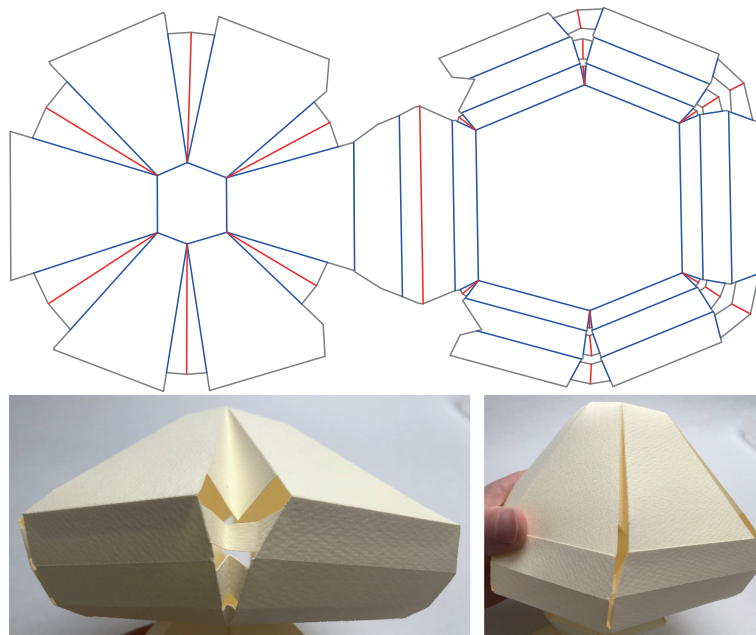


図 4.10: ヒダの折り込みによる固定の試作例
(上図は展開図にヒダを付与した例である．下図の左はヒダが干渉せずに元の形状に戻る過程であり，右は元の状態に戻り固定された形状である.)

第5章 結論

5.1 まとめ

本稿では、折りたたみと展開が可能な切開辺を含む立体形状を設計を支援する手法を提案し、アプリケーションの出力結果から実際に折りたたみ可能な立体形状を作成した。本手法では、立体形状を構成する各多面体パーツの天頂面と底面および断面を構成する折れ線を入力し、パーツ間を接続する面を指定することにより、立体形状を生成した。生成した立体形状は側面を構成する断面線を修正することにより、折りたたみ可能な形状となり、それが意図した折りたたまれ方であるか折りたたみアニメーションにより確認した。試作段階では、様々な素材に対応するために厚みを加えた際のヒンジ形状について議論した。試作した立体形状はパーツごとに天頂面を底面に近づけることによって折りたたまれ、立体形状全体として平坦に折りたたまれることを確認した。

5.2 今後の課題

今後の課題としては下記のことが挙げられる。

- 入力方法の改善が必要である。本手法のアプリケーションではスクリーン上でクリックすることにより天頂面の形状と側面を構成する断面線を入力し多面体が生成される。このためユーザは二次元の入力から三次元のモデルの形状を予想しなければならず、意図した形状にならない場合があった。また天頂面の数が増えるとその分断面線の形状を入力しなければならずユーザの負担が大きくなってしまうことも挙げられる。そこで3つの入力方法が挙げられる。

1つ目は、プリミティブを使う方法が挙げられる。ユーザはあらかじめ用意された折りたたみ可能な多面体プリミティブの組み合わせのみで折りたたみ可能な立体形状を作成する。このことにより、ユーザの入力の手間をより省くことができる。しかし、細かく意図した形状を作成することはこの手法ではできないという問題点が挙げられる。

2つ目は、リファレンスモデルを使う方法が挙げられる。このことにより読み込んだ3Dモデルデータを参照しながら天頂面の形状や側面を構成する断面線を入力することができ、より意図した形状の多面体形状を生成することができる。しかし、事前に3Dモデルデータが必要なことや、パーツの分割方法や天頂面の配置はユーザにゆだねられるため負担が大きくなるという問題点が挙げられる。

3つ目は、リファレンスモデルから自動生成する方法が挙げられる。このことによりユーザは3Dモデルデータの読み込みと、パーツの分割数や天頂面や断面線の頂点数等のパラメータを指定することのみで最適化され、折りたたみ可能な立体形状が生成することができる。しかし、前述のように3Dモデルデータが必要なことと、本研究では議論しなかったパーツの分割方法や天頂面の配置の方法を検討する必要があると考えられる。

- 折りたたみ可能に修正された断面線の微修正の方法を追加する必要がある。本研究では、折りたたみ可能となった（式（3.2）の gap がゼロとなった）断面線の辺の長さを保ったまま、頂点位置を移動させることにより意図した形状に微修正を行っていた。しかしこの手法では、始点と終点のような固定された頂点に隣接する頂点は固定点を中心とした円周上しか移動ができないことや、1つの頂点を移動させると周囲の頂点も移動をし、意図したように微修正できないような場合があった。そこで1つの頂点を移動させたとき他の頂点が移動しないように微修正することを考える。この微修正は、折りたたみ条件式（3.2）を満たすように、選択した1つの頂点に隣接する2つの辺の長さを等しく変化させることで実現することができる。この操作により始点や終点に隣接する頂点についても微修正が可能となる。
- 切開辺が大きく開くような折りたたみ方を選択できるようにする。本手法では、折りたたみ可能な多面体パーツを入れ物として扱う際に、4.3.1 項の図4.6で示すように、切開された辺の空間に中身を入れるため十分なスペースがなく1つの断面線で構成される側面を取り除く必要がある。求める折りたたみ方は3.3節で提案した評価値に断面線がより外側に広がるような評価方法を加えることで選択できると考えられる。
- 凹形状の天頂面に対応することが必要である。現在の手法は、側面が外側にせり出すように折りたたまれるため、天頂面が凹形状の場合には折りたたみ過程で隣接する断面線で構成される側面同士が干渉してしまう。そこで凹となる天頂面の辺上に始点がある断面線同士では、内側に折りたたまれるようにする（つまり式（3.1）を満たさないように折りたたまれる）と干渉を防ぐことができる。しかし、他の断面線で構成される側面で干渉が発生する可能性があるため、折りたたみ過程で大域的に側面の位置を調べる必要があると考えられる。
- 多面体パーツを最適に折りたたむ順番を求める必要がある。本手法のアニメーションでは、すべてのパーツについて同じタイミングで折りたたみ、パーツ同士の大域的な干渉を判断していた。この方法では、順番に折りたためば干渉しないような場合も大域的に干渉していると判断してしまう。そこで、パーツが折りたたまれる際に、干渉を起こさない場合と順番に折りたためば干渉しない場合、干渉が起きてしまう場合の3つの場合に区別する手法を検討する必要があると考えられる。

謝辞

本論文の執筆にあたり三谷純先生，金森由博先生には多くのご助言やご指導を頂きました。特に三谷純先生には研究の方針や論文の執筆，そして私生活に至るまで丁寧なご指導を頂きました。心より感謝致します。また，非数値処理アルゴリズム研究室の皆様にも大変お世話になり，日頃から貴重な助言やご意見を頂きました。最後に，これまで自分を支えてくれた家族と彼女，お世話になった多くの友達に心から感謝致します。

参考文献

- [1] Robert J. Lang. Airbag Folding. <http://www.langorigami.com/science/technology/airbag/airbag.php>, (Jan. 12, 2016).
- [2] Yves Klett. Realtime Rigid Folding Algorithm for Quadrilateral-Based 1-DOF. *In Proceedings of the ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, 2013.
- [3] Sicong Liu, Yan Chen, and Guoxing Lu. The Rigid Origami Patterns for Flat Surface. *In Proceedings of the ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, 2013.
- [4] Devin J. Balkcom, Erik D. Demaine, and Martin L. Demaine. Folding Paper Shopping Bags. *In Abstracts from the 14th Annual Fall Workshop on Computational Geometry*, Cambridge, Massachusetts, Nov. 19-20, 2004, pp. 14-15.
- [5] Tomohiro Tachi. Geometric Considerations for the Design of Rigid Origami Structures. *In Proceedings of IASS Symposium 2010*, Shanghai, China, 2010, pp. 771-782.
- [6] Cauchy, A. L. Sur les polygones et le polyheders. *XVle Cahier IX*, 1813, pp. 87-89.
- [7] Honghua Li, Ruizhen Hu, Ibraheem Alhashim and Hao Zhang. Foldabilizing Furniture. *ACM Transactions on Graphics, (Proc. of SIGGRAPH 2015)*.
- [8] Tianjia Shao and Wilmot Li and Kun Zhou and Weiwei Xu and Baining Guo and Niloy J. Mitra. Interpreting Concept Sketches. *ACM Transactions on Graphics* 32, 4, 2013.
- [9] Bongjin Koo and Wilmot Li and JiaXian Yao and Maneesh Agrawala and Niloy J. Mitra. Creating Works-Like Prototypes of Mechanical Objects. *ACM Transactions on Graphics (Special issue of SIGGRAPH Asia 2014)*, 2014.
- [10] Jun Mitani. ORI-REVO: A Design Tool for 3D Origami of Revolution. http://mitani.cs.tsukuba.ac.jp/ori_revo/, (Jan. 12, 2016).
- [11] Tomohiro Tachi. Origamizer. <http://www.tsg.ne.jp/TT/software/index.html#origamizer>, (Jan. 12, 2016).

- [12] Robert J. Lang. TreeMaker. <http://www.langorigami.com/science/computational/treemaker/treemaker.php>, (Jan. 12, 2016).
- [13] Jason S. Ku and Erik D. Demaine. Folding Flat Crease Patterns with Thick Materials. *In Proceedings of the ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, 2015.
- [14] Tomohiro Tachi. Rigid-foldable thick origami. *Origami5*, 2011, pp. 253-263.
- [15] Jun Mitani and Hiromasa Suzuki. Computer aided design for Origamic Architecture models with polygonal representation. *Trans. of Inf. Process. Soc. of Japan* 44, 5, pp. 1372-1379, 2003.
- [16] Sosuke Okamura and Takeo Igarashi. An Interface for Assisting the Design and Production of Pop-Up Card. *Lecture Notes in Computer Science* 5531, 2, pp. 68-78, 2009.
- [17] Satoshi Iizuka, Yuki Endo, Jun Mitani, Yoshihiro Kanamori and Yukio Fukui. An interactive design system for pop-up cards with a physical simulation. *Vis. Comput.* 27, 6-8, pp. 605-612.
- [18] Conrado R. Ruiz Jr., Sang N. Le, Jinze and Yu Kok-Lim Low. Multi-style Paper Pop-up Designs from 3D Models. *EUROGRAPHICS 2014*, 33, 2014.
- [19] Amélie Jeanneau, Just Herder, Thierry Laliberté and Clément Gosselin. Compliant Rolling Contact Joint and Its Application in a 3-DOF Planar Parallel Mechanism with Kinematic Analysis *In Proceedings of DETC'04 ASME 2004 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2004, pp. 14-15.
- [20] ミウラ折りラボ ミウラ折り公式サイト. <http://www.miuraori.biz>, (Jan. 12, 2016).
- [21] 中山 弘敬, 伊藤 智義. 平面 - 立体の可逆変化が可能な立体設計手法による教育教材の開発. FIT2014 (第 13 回情報科学技術フォーラム), 3, pp. 393-396, 2014.
- [22] 野島武敏. ものづくりのための立体折紙 2 枚貼り折紙の提案. 日本折紙協会, 2015.
- [23] 多摩ソフトウェア有限公司. ペパクラデザイナー. <http://www.tamasoft.co.jp/pepakura/>, (Jan. 12, 2016).

付録

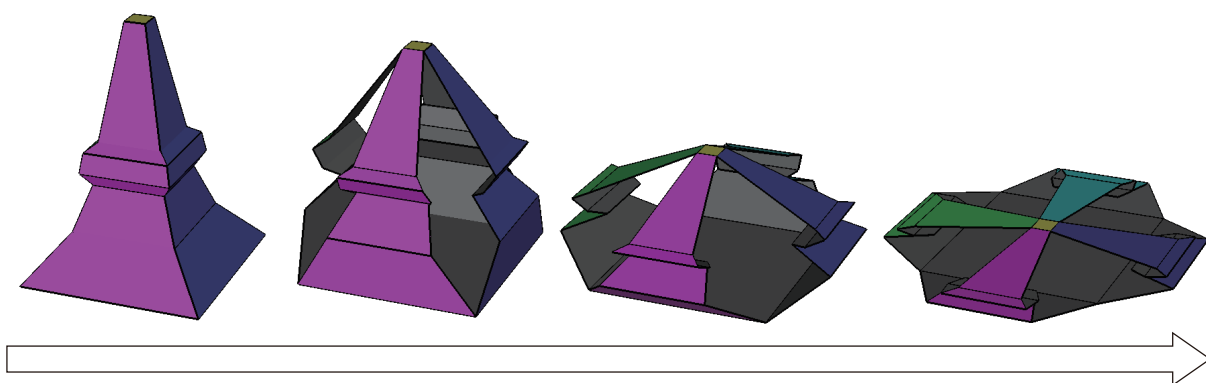


図 5.1: 東京タワーの折りたたみアニメーション
(左から右のように折りたたまれる.)

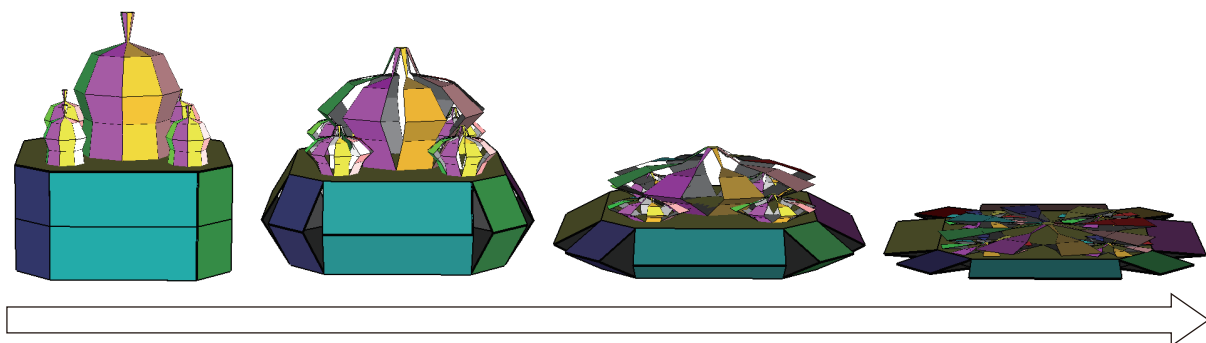


図 5.2: タージマハルの折りたたみアニメーション
(左から右のように折りたたまれる.)

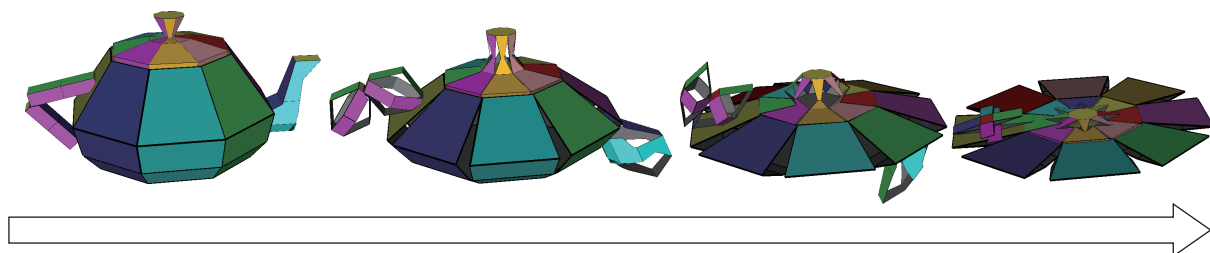


図 5.3: ユタ・ティーポットの折りたたみアニメーション
(左から右のように折りたたまれる.)

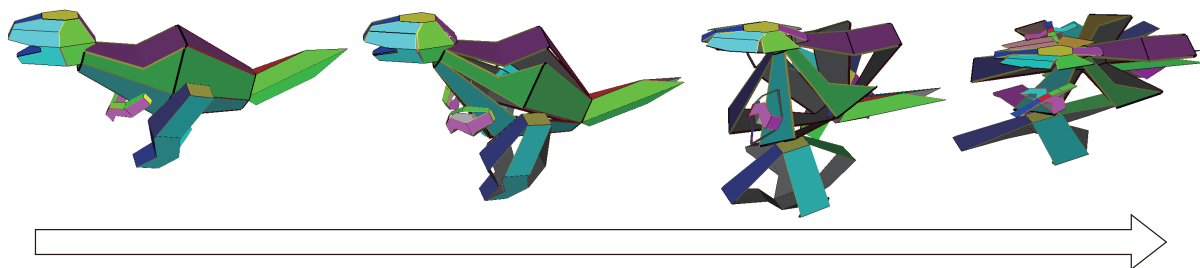


図 5.4: ティラノサウルスの折りたたみアニメーション
(左から右のように折りたたまれる.)

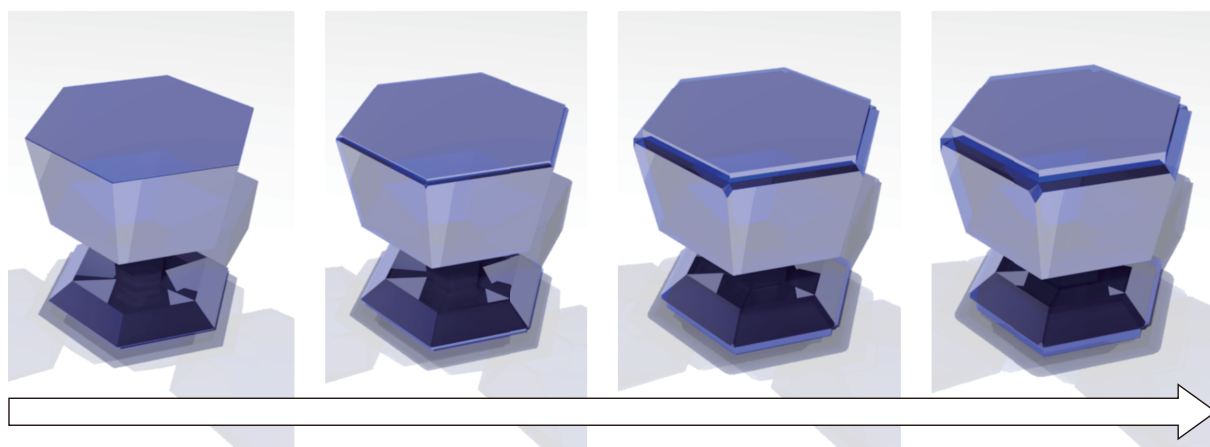


図 5.5: グラスに厚みを加えるアニメーション
(左から右のように厚みが加えられる.)

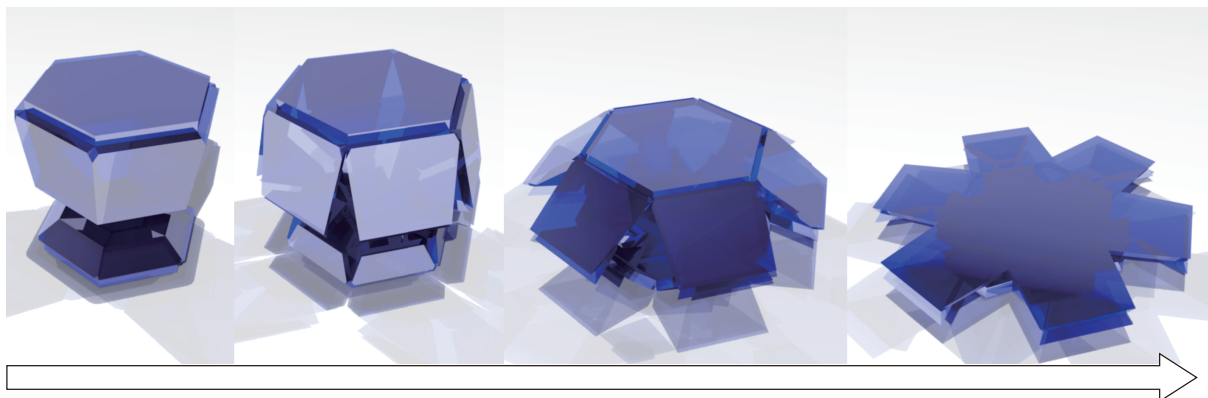


図 5.6: 厚みのあるガラスの折りたたみアニメーション
(左から右のように折りたたまれる.)

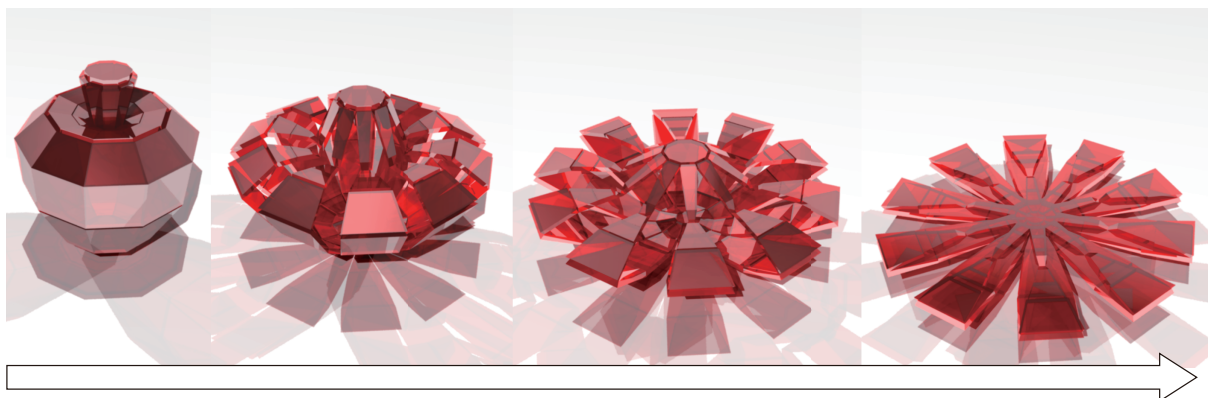


図 5.7: 厚みのあるリングの折りたたみアニメーション
(左から右のように折りたたまれる.)

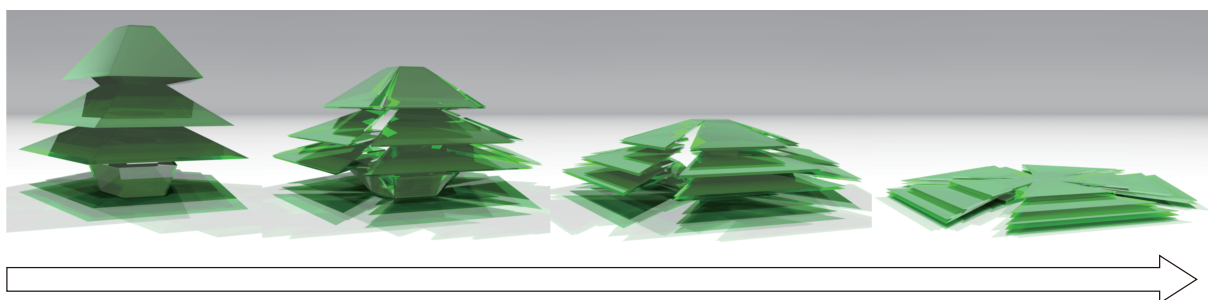


図 5.8: 厚みのある木の折りたたみアニメーション
(左から右のように折りたたまれる.)